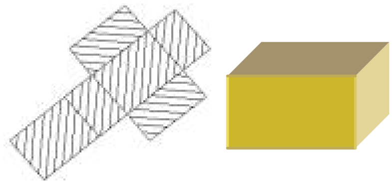
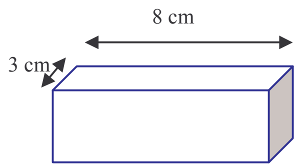
Chap : ESPACE 3D	4^{eme} / 3^{eme} Collège	PYRAMIDES et CONES

I : RAPPEL GEOMETRIE 3D vue en $6^{ème}$ et en $5^{ème}$

I.a) Le pavé droit

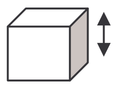


- Un parallélépipède rectangle est le nom scientifique pour désigner un pavé.
- Le pavé droit a six faces rectangulaires, 8 sommets et 12 arêtes (3 dimensions d'arêtes).
- Aire : l'aire est la somme des six aires des faces
- Volume : le volume est le produit des trois dimensions des arêtes



- Exemple : Aire = (8×3×2) + (5×3×2) + (5×8×2) = 80 cm²
  Volume = 8×5×3 = 120 cm^3

I.b) Le cube

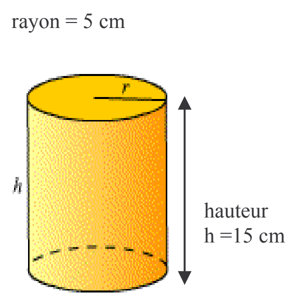


- Définition : c'est un pavé droit dont toutes les arêtes ont la même mesure.

Les faces du cube sont les faces de six carrés identiques.

- Aire : Son aire est six fois celle d'une face → A = 6×coté
- Volume : Son volume est le cube de la longueur d'une arête. → V = $(\text{coté})^3$
- Exemple : Aire du cube de 5cm de coté = (5×5×6) = 150 cm²
  Volume du cube de 5cm de coté = 5×5×5 = 5^3 = 125 cm^3

I.c) Le cylindre



- Définition de l'aire d'un cylindre

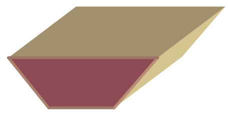
c'est la somme des aires des deux bases et de celle de la surface latérale.

- Formule de l'aire d'un cylindre : **A = 2×π×r×h** *(en m²)*
- Formule du volume d'un cylindre : **V = π×r²×h** *(en m^3)*
- Exemple : Aire du cylindre = 2×π×5×15 = 471 cm²
  Volume du cylindre = π×5²×15 = 1178 cm^3

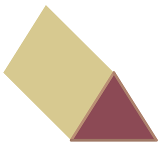
I.d) Le prisme droit

• Définition : c'est un solide dont deux faces *(qui sont des polygones)* sont superposables et situées dans des plans parallèles, on les appelle les bases du prisme droit et dont les autres faces sont des rectangles, ce sont les faces latérales.

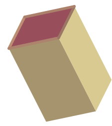
• Exemple :



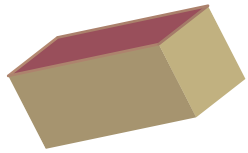
prisme à base trapézoïdale



prisme à base triangulaire



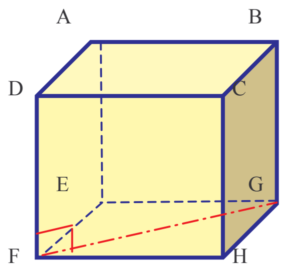
prisme à base carré



prisme à base rectangulaire

II – ORTHOGONALITE DANS L'ESPACE

IV.a) Section plane d'une pyramide par un plan



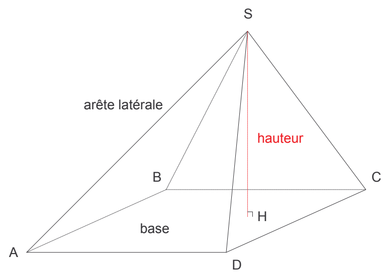
• Définition : Lorsque qu'une droite est perpendiculaire à 2 droites sécantes d'une face d'un solide *(un plan)* alors cette droite est perpendiculaire à ce plan.

• Exemple : (AD) ⊥ (DC) ; (AD) ⊥ (DF) alors (AD) ⊥ (FH)

• Autre exemple : (DF) ⊥ (EF) ; (DF) ⊥ (FH) alors (DF) ⊥ (FG)

• Conclusion : Attention ! Un angle droit dans l'espace 3D n'est pas toujours représenté par un angle droit classique, surtout dans une perspective (voir cube avec (FG))

III : LES PYRAMIDES



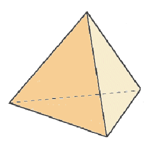
• Définition : une pyramide est un solide dont une face est un polygone *(appelé base de la pyramide)* et toutes les autres des triangles dont le sommet commun s'appelle sommet de la pyramide.

• La longueur SH est appelée hauteur de la pyramide

• Le plan ABCD est appelé base de la pyramide : (base) ⊥ (hauteur)

• La pyramide ci-contre est donc appelée : pyramide à base rectangulaire

• Cas particulier : une pyramide dont la base est un triangle est appelée : tétraèdre



• Aire : c'est la somme des aires de toutes les faces (base comprise)

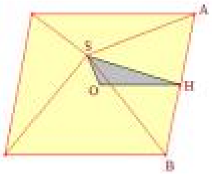
• Volume : c'est le produit de l'aire de la base et de la hauteur divisé par 3.

$$V = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{3}$$

• Exemple : volume d'une pyramide à base carrée dont les côtés mesurent 3,5cm et la hauteur 6 cm.

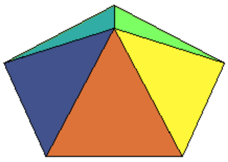
$V = \dfrac{\text{base}\times\text{hauteur}}{3}$ soit $V = \dfrac{3,5 \times 3.5 \times 6}{3}$ soit $V = 73,5\ cm^3$

• Pyramide régulière : Une pyramide est dite régulière si sa base est un polygone régulier et si le pied de la hauteur de la pyramide est le centre de ce polygone



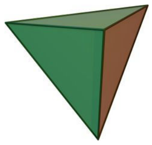
Pyramide régulière

à base carrée



Pyramide régulière

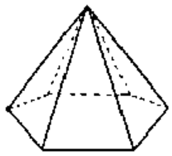
à base pentagonale



Pyramide régulière

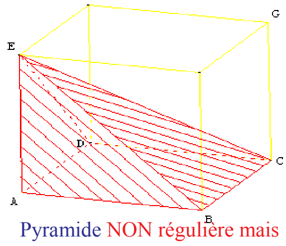
à base triangulaire,

soit tétraèdre



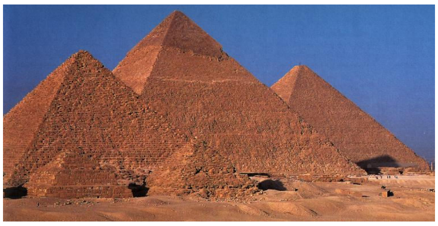
Pyramide régulière

à base héxagonale



Pyramide NON régulière mais

à base rectangulaire



Pyramide d'Egypte (solidité à l'érosion)

Pyramide Aztèque (solidité à l'érosion)

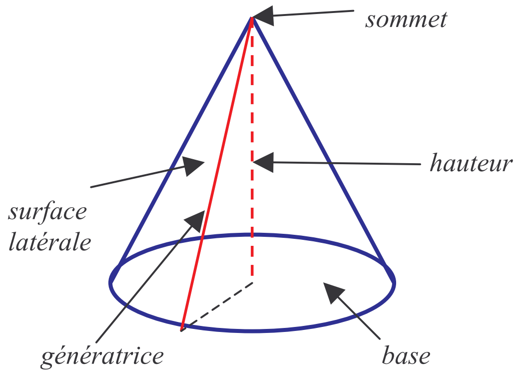
Pyramide Louvre (luminosité)

IV : LES CONES de REVOLUTION

• Définition : c'est une figure qui s'enroule autour d'un axe appelé « hauteur du cône » et qui est perpendiculaire à la base de ce cône. *(la base est souvent un cercle)*

• Exemple de cône connu : *les glaces*

• Génératrice : c'est la droite « imaginaire » qui s'enroule sur la surface extérieure du cône.



• Volume du cône de rayon r et de hauteur h :

$V = \dfrac{1}{3}\times\text{Base}\times\text{hauteur} = \dfrac{1}{3}\times\pi\times r^2\times h$ si cercle

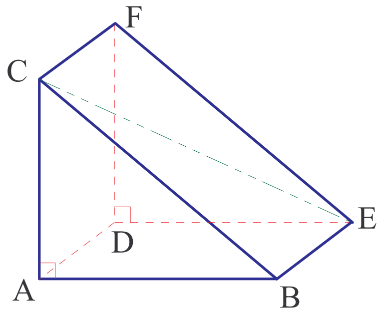
• Exemple : Calculer le volume d'un cône dont la base a pour rayon 5 cm et de hauteur 3 m.

$V = \dfrac{1}{3}\times\text{Base}\times\text{hauteur} = \dfrac{1}{3}\times\pi\times r^2\times h = \dfrac{1}{3}\times 25\times 3 = 25\ cm^3$

V : THEORIES APPLICABLES dans l'ESPACE

• Tous les théorèmes de dimension 2 se généralisent dans l'Espace. *(Thalès, Pythagore .....)*

• Exemple : *On considère le prisme droit ABCDEF dont la base est un triangle ABC rectangle en A, et dont la hauteur est [AD]. On donne AB = 6,3 cm , AC = 6cm et AD = 11,6cm*



• Calculer la longueur de la diagonale [CE].

•Le quadrilatère BCFE est une face latérale du prisme donc BCFE est un rectangle, donc le triangle CBE est un triangle ectangle en B.

• ABED est un rectangle donc AD = BE = 11,6cm.

• Le triangle CBE est rectangle en B, d'après l'énoncé de Pythagore on a :

$CE^2 = BC^2 + BE^2$ soit $CE^2 = BC^2 + 11{,}6^2$ soit $CE^2 = BC^2 + 134{,}56$

• De même, le triangle ABC est rectangle en A, on peut donc aussi appliquer la formule de Pythagore :

$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 6{,}3^2 + 6^2 = 39.69 + 36 = 75.69$ soit $BC = \sqrt{75.69} = 8{,}7$cm

• On en conclut donc que : $CE^2 = 75.69 + 134{,}56 = 210.25$ soit $CE = \sqrt{210.25} = 14.5$ cm