*Les différents TYPES de NOMBRE : **les entiers , les décimaux , les fractions , les réels** …etc…*

1) EN MATHS : les nombres ENTIERS POSITIFS OU NULS sont appelés des « nombres ENTIERs NATURELs »

L'ensemble **des nombres Entiers Naturels** est un ensemble qui est « infini » et qu'on note $\mathbb{N}$

EN MATHS , on écrit $\mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots etc \ldots \}$ et on a : si $n \in \mathbb{N}$ alors $n+1 \in \mathbb{N}$

2) Notion de **nombre opposé** d'un nombre quelconque

L'opposé du nombre entier 5 est noté -5

L'opposé du nombre -5 est noté $-(-5) = +5 = 5$

L'opposé d'un nombre est le nombre «de l'autre coté de **ZéRO** » sur un axe gradué et qui est à la même distance de **ZéRO**

Définition :

L'opposé d'un nombre noté a est le nombre noté $-a$ car $(a)+(-a)=0$

L'opposé d'un nombre noté $-a$ est le nombre noté $-(-a)=+a=a$ car $(-a)+a=0$

Un nombre entier positif ou négatif ou nul est appelé **un nombre Entier relatif** (*relatif à ZéRO*)

EN MATHS : L'ensemble **des nombres Entiers relatifs** est un ensemble « infini » et est noté $\mathbb{Z}$

EN MATHS : On écrit $\mathbb{Z} = \{ \ldots\ldots ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\ldots \}$

Remarque :

- Un nombre ENTIER NATUREL n est un nombre positif ($n \geq 0$) et on peut l'écrire $+n$ ou n
- Une soustraction du nombre n peut être vue comme l'addition du nombre $-n$

Exemples : $12-3=12+(-3)=+9=9$ et $-3-12=-3+(-12)=-15$

3) Les nombres écrits sous la forme d'une « FRACTION » ou en écriture « FRACTIONNAIRE »

Le résultat de la division d'un nombre a par un nombre $b \neq 0$ est le nombre noté $\dfrac{a}{b}$

Le nombre $\dfrac{a}{b}$ est un nombre qui est écrit sous une forme dite « ***fractionnaire*** »

EN MATHS : on écrit $a \div b = \dfrac{a}{b}$

Exemples : $12 \div 3 = \dfrac{12}{3} = 4$ et $3 \div 12 = \dfrac{3}{12} = \dfrac{3\times1}{3\times4} = \dfrac{1}{4}$

Notion de nombre inverse d'un nombre non nul si $a \neq 0$ alors $\dfrac{1}{a}$ est appelé « nombre inverse de a »

L'inverse du nombre 5 est noté $\dfrac{1}{5}$ et l'inverse d'un nombre $a \neq 0$ est noté $\dfrac{1}{a}$

L'inverse du nombre $\dfrac{1}{5}$ est noté $\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{5}\right)} = 5$ et l'inverse d'un nombre $\dfrac{1}{a}$ est noté $\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{a}\right)} = a$

Définition :

L'inverse d'un nombre noté $a \neq 0$ est le nombre noté $\frac{1}{a}$ car $a \times \frac{1}{a} = 1$

et

L'inverse d'un nombre noté $\frac{1}{a}$ est le nombre noté $\frac{1}{\frac{1}{a}} = a$ car $\frac{1}{a} \times a = 1$

L''inverse du nombre $\frac{a}{b}$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$ est le nombre noté $\frac{b}{a}$ car $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$

Définition :

L'inverse d'un nombre noté $\frac{a}{b}$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$ est le nombre noté $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

A retenir : une division par un nombre non nul est la multiplication par l'inverse de ce nombre

car $a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

Formule à retenir $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \left(\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a}{b}\right) \times \left(\frac{d}{c}\right) = \frac{a \times d}{b \times c}$ avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$

4) Les différentes « écritures ET évaluations décimales d'un nombre « FRACTIONNAIRE »

Une fraction est un nombre qui est noté $\frac{a}{b}$ et c'est le résultat de la division de a par b

Exemples

$2 \div 4 = \frac{2}{4} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{2} = 0,5$ et comme on a $\frac{5}{10} = 0,5$ on a donc : $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

$4 \div 2 = \frac{4}{2} = \frac{2 \times 2}{2 \times 1} = \frac{2}{1} = 2$

$26 \div 3 = \frac{26}{3} = \frac{24+2}{3} = \frac{24}{3} + \frac{2}{3} = 8 + \frac{2}{3} \approx 8,67$ ou $\approx 8,7$ ou ≈ 9

(approximations au centième ou au dixième ou à l'unité)

4.1) Les nombres fractionnaires **DITS DECIMAUX** : $\frac{a}{b} = \frac{?}{10^p}$ *(nombre à virgule qui s'arrête)*

Exemples : $2 \div 4 = \frac{2}{4} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = \frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100}$

$4 \div 2 = \frac{4}{2} = \frac{2 \times 2}{2 \times 1} = \frac{2}{1} = \frac{2 \times 10}{1 \times 100} = \frac{20}{10} = \frac{20 \times 10}{10 \times 10} = \frac{200}{100}$

4.2) Les nombres fractionnaires **DITS NON DECIMAUX** *(nombre à virgule qui ne s'arrête pas)*

Exemples :

$\frac{2}{3} = 0,6666....$ et $\frac{16}{6} = \frac{2 \times 8}{2 \times 3} = \frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} \approx 2,667$ *(approximation au millième)*

$\frac{2}{3} \approx 0,667$ ou $\frac{2}{3} \approx 0,67$ ou $\frac{2}{3} \approx 0,7$ ou $\frac{2}{3} \approx 1$ *(notion d'arrondi et de précision…)*

5) Les AUTRES NOMBRES

(c'est-à-dire TOUS LES nombres qui ne sont pas des entiers relatifs , des nombres décimaux ou fractionnaires)

5.1) Les nombres « dits irrationnels » comme par exemple « la racine carrée »

Définition :

La racine carrée d'un nombre $a \geq 0$ **est le nombre positif noté** $\sqrt{a}$ **tel que** $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Remarque : $\boxed{\sqrt{a^2} = \sqrt{a \times a} = a}$

Exemples :

- $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
- $\sqrt{2} \approx 1,414$ (ce calcul nécessite l'utilisation d'une calculatrice)
- $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx \frac{2}{1,7} \approx 2,2$

Commentaires :

- $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{5}{2} = 2,5$ (c'est donc un nombre fractionnaire décimal)
- $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{5}{3} \approx 1,667$ (c'est donc un nombre fractionnaire non décimal)
- $\sqrt{\frac{25}{5}} = \sqrt{5}$ (c'est donc un nombre irrationnel)

Pour calculer une valeur décimale approximative d'un nombre irrationnel : on a très souvent besoin d'une calculatrice

5.2) D'autres nombres dits « les nombres transcendants »

Le nombre ***PI*** : $\pi \approx 3,14$

Le nombre ***exponentiel*** : $e = e^1 \approx 2,718$

CONCLUSION On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ (voir dessin ci-dessous)

En effet : comme tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif positif :
L'ensemble des entiers naturels est inclus dans l'ensemble des entiers relatifs et en maths on écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Comme un nombre entier relatif peut s'écrire sous la forme d'un nombre décimal on a : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$
Exemple $-5 = -5,0$

Comme un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction on a : $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

Exemple $-5,001 = -\frac{5001}{10^3}$

Pourquoi en MATHS l'ensemble des nombres « *fractionnaires* » est noté $\mathbb{Q}$?

Une fraction notée $\frac{a}{b}$ est le quotient de la division du nombre a par le nombre $b \neq 0$

Donc toute fraction peut être vue comme un quotient ($a \div b = \frac{a}{b}$)

En MATHS : L'ensemble qui est noté $\mathbb{R}$ est l'ensemble de **TOUS les nombres**

EN MATHS : *un nombre quelconque est appelé* ***UN NOMBRE REEL***