

CHAPITRE : STATISTIQUES ñ PROBABILITES

I) Statistiques

a) La moyenne :

Calculons **la moyenne** de la série statistique ci-dessous qui donne la répartition des dépenses journalières d'Amélie pendant les vacances :

Dépense en €	25	30	35	40	50	70
Effectif (en j)	3	1	4	1	2	3

Somme des produits de chaque valeur par son effectif

$$\frac{25 \times 3 + 30 \times 1 + 35 \times 4 + 40 \times 1 + 50 \times 2 + 70 \times 3}{3 + 1 + 4 + 1 + 2 + 3} = \frac{595}{14} = 42,5$$

Effectif total

La dépense journalière moyenne est 42,50€. Cela signifie que Amélie aurait dépensé la même somme totale en 14 jours si elle avait dépensé chaque jour 42,50€.

b) La médiane :

Définition :

La **médiane** d'une série statistique **ordonnée** est une valeur qui la partage en **deux séries de même effectif** (c'est la plus petite valeur du caractère pour laquelle **au moins 50% des effectifs** lui sont inférieurs ou égaux).

Remarques :

- Dans le cas où l'effectif de la série est impair, la « ligne de partage » est située juste sur une valeur : C'est la valeur médiane.
- Dans le cas où l'effectif de la série est pair, la « ligne de partage » est située juste entre deux valeurs de la série. Si ces deux valeurs sont différentes, on prend leur moyenne pour valeur médiane.

Exemples :

Déterminer la médiane de la série :

4 ; 5 ; 5 ; 7 ; 12 ; 13 ; 16 ; 17 ; 59 (les valeurs sont déjà rangées dans l'ordre croissant)

4 valeurs 4 valeurs

La médiane est 12 car cette valeur partage la série en deux groupes de 4 valeurs.

Déterminer la médiane de la série :

6 ; 7 ; 13 ; 14 ; 15 ; 19

3 valeurs 3 valeurs

La médiane est $\frac{13+14}{2} = 13,5$

c) Les quartiles :**Définition :**

Les valeurs d'une série statistique étant rangées par ordre croissant :

- le **premier quartile Q_1** est la plus petite valeur de la série telle que le quart des valeurs de la série est inférieur ou égal à Q_1 (c'est-à-dire **25%**)
- le **troisième quartile Q_3** est la plus petite valeur de la série telle que les trois quarts des valeurs de la série sont inférieurs ou égaux à Q_3 (c'est-à-dire **75%**)

Exemple :

Déterminer le 1^{er} et le 3^{ème} quartile de la série :

3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 12 ; 13 ; 16 ; 17 ; 59

Il y a 9 valeurs, la série est rangée dans l'ordre croissant :

La médiane est la 5^{ème} valeur car elle partage la série en deux groupes de 4. La médiane est donc 12.

$\frac{1}{4} \times 9 = 2,25$. Un quart des valeurs sont inférieures ou égales à Q_1 donc c'est la 3^{ème} valeur, c'est-à-dire

$Q_1 = 5$.

$\frac{3}{4} \times 9 = 6,75$. Trois quarts des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3 donc c'est la 7^{ème} valeur, c'est-à-dire $Q_3 = 16$.

d) L'écart interquartile :**Définition :**

L'**écart interquartile** d'une série statistique est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite.

Exemple :

Dans l'exemple précédant, on a :

$e = 59 - 5 = 54$

II) Probabilités**a) Vocabulaire :**

« Jeter un dé » est une **expérience aléatoire** car on ne connaît pas le résultat de façon certaine.

On peut obtenir 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 : ce sont les **événements élémentaires** ou **issues** de cette expérience aléatoire.

On peut définir un **événement M** : par exemple « obtenir un chiffre pair ». Cet événement M est constitué des 3 événements élémentaires 2, 4 et 6.

L'**événement contraire** de M est l'événement qui se réalise lorsque M ne se réalise pas. Ici c'est « ne pas obtenir un chiffre pair », c'est-à-dire « obtenir un chiffre impair ». Il se note $\bar{M}$.

b) Notion de probabilité :

Quand une expérience aléatoire est répétée un grand nombre de fois, la **fréquence** d'un événement se rapproche d'une valeur particulière : c'est la **probabilité** de cet événement.

La probabilité d'un événement M se note **$p(M)$** (ça se lit « p de M »).

Exemple :

En jetant plusieurs fois un dé, on aura parfois un « SIX ». Plus on jettera de fois le dé, plus la fréquence de « SIX » va s'approcher de 0,17

La probabilité d'avoir « SIX » en jetant un dé est donc environ 0,17

On remarque qu'en jetant un dé, on a 1 chance sur 6 d'avoir « SIX ».

On retrouve alors la probabilité $\frac{1}{6} \approx 0,1666\bar{6} \approx 0,17$

c) Propriétés :

La probabilité d'un **événement certain** (c'est-à-dire sûr de se produire) est 1.

La probabilité d'un **événement impossible** est 0.

La probabilité d'un événement est comprise **entre 0 et 1**.

Deux événements qui ne peuvent pas avoir lieu en même temps sont appelés **événements incompatibles**.

Lorsqu'on peut déterminer tous les événements possibles, la probabilité d'un événement est donnée par : $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

La somme des probabilités des événements élémentaires d'une expérience aléatoire est 1.

Soient A un événement et $\bar{A}$ son **événement contraire** alors $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

Exemple :

Dans une urne, on a 10 boules:

5 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules vertes.

L'expérience aléatoire est de tirer une boule.

On représente les possibilités d'un tirage par un **arbre des possibles** :

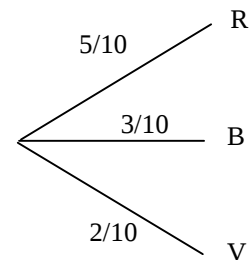
Il y a 3 issues possibles :

R « avoir une boule rouge », B « avoir une boule bleue » et

V « avoir une boule verte ». On a les probabilités :

$$p(R) = \frac{5}{10} \text{ (5 chances sur 10 d'avoir une boule rouge),}$$

$$p(B) = \frac{3}{10} \text{ et } p(V) = \frac{2}{10}.$$



Quelle est la probabilité de l'événement A « ne pas avoir une boule verte » ?

- **1^{ère} méthode :**

« ne pas avoir une boule verte » c'est « avoir une boule rouge » ou « avoir une boule bleue » donc :

$$p(A) = p(R) + p(B) = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10}$$

- **2^{ème} méthode :**

« ne pas avoir une boule verte » c'est l'événement contraire de V « avoir une boule verte ».

Donc :

$$p(A) = p(\bar{V}) = 1 - p(V) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{10}{10} - \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$