

LES PROBABILITES

I – Probabilité d'un évènement

La probabilité d'un évènement est la fréquence de réalisation de cet évènement lors d'un grand nombre de répétition d'une même expérience aléatoire.

Définition 1: Lors d'une expérience aléatoire, on dit qu'il y a **équiprobabilité** lorsque toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser.

Exemple

Si on lance un dé à 6 faces un très grand nombre de fois, on va observer que la fréquence d'apparition de chaque face est égale à 1 sur 6.

Propriété 1: En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A est :

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre d'issues de } \Omega}$$

Dans l'exemple

L'univers est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ contient 6 issues.

Soit l'évènement A "Faire un nombre pair" ; $A = \{2, 4, 6\}$ contient 3 issues.

$$p(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Soit l'évènement B "Faire un nombre supérieur ou égal à 2" ; $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ contient 5 issues.

$$p(B) = \frac{5}{6} \approx 0,83$$

Conséquence : – La probabilité d'un évènement est comprise entre 0 et 1.
– La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

Propriété 2: – Si les évènements A et B sont incompatibles alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

– Pour tous évènements A et B, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

– Pour tout évènement A, $p(A) + p(\bar{A}) = 1$.

Dans l'exemple

Soit A l'évènement "Faire un nombre pair" ; $A = \{2, 4, 6\}$ donc $p(A) = \frac{3}{6}$

et D l'évènement "Faire un nombre inférieur strictement à 3" ; $D = \{1, 2\}$ donc $p(D) = \frac{2}{6}$

L'évènement "A ou D" est $A \cup D = \{1, 2, 4, 6\}$ donc $p(A \cup D) = \frac{4}{6}$

L'évènement "A et D" est $A \cap D = \{2\}$ donc $p(A \cap D) = \frac{1}{6}$

donc $p(A) + p(D) - p(A \cap D) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = p(A \cup D)$