TRAVAUX PRATIQUES SUR LA CALCULATRICE

Commentaires :
Cette activité de groupe présente les limites de la calculatrice par des exercices d'applications sur les identités remarquables et les racines carrées.

Avec la calculatrice, toutes les opérations demandées doivent être effectuées "d'un seul coup" en utilisant si besoin des parenthèses.
Pour chaque exercice, il faudra écrire ce qui a été tapé sur la calculatrice.

1. Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** la valeur arrondie à 10^{3} de :

$$A = \frac{325{,}201569 + 2{,}82589}{42{,}52}$$

et $$B = 4{,}7 \times \frac{6{,}76 - 0{,}95^2}{\sqrt{5}+1}.$$

2. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$C = \frac{x + y - x}{y} \quad \text{pour} \quad x = 10^{6} \text{ et } y = 10^{6}.$$

b) Réduire le plus possible l'écriture du nombre C (pour x et y quelconques) dans le but de le calculer. Comparer avec le résultat du a) et conclure.

3. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$D = 28923761^2 - 28923760^2.$$

b) Sans calculatrice, calculer le nombre D à l'aide de la 3^{e} identité remarquable.
Comparer avec le résultat du a) et conclure.

4. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$E = \frac{3033388{,}158}{1515{,}1789}.$$

b) Sans utiliser le résultat du a), calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$\frac{3033388{,}158}{1515{,}1789} - 2002.$$

Comparer avec le résultat du a). En déduire la valeur exacte de E.

5. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$F = 123456789^2 - 123456787 \times 123456791$$

b) Poser $x = 123456789$ et exprimer F en fonction de x.

c) Développer et réduire l'expression trouvée en b).
Comparer avec le résultat du a) et conclure.

6. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$G = \frac{123456 \times 10^4 - 1}{10^9 - 1}.$$

b) Sans utiliser le résultat du a), calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$\frac{123456 \times 10^4 - 1}{10^9 - 1} - 1{,}23456.$$

Comparer avec le résultat du a). En déduire la valeur exacte de G.

7. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$H = \sqrt{10^{16} + 4 \times 10^{-16} - (10^8 - 2 \times 10^{-8})^2}$$

b) Développer à l'aide de la 2e identité remarquable le nombre $(10^8 - 2 \times 10^{-8})^2$.

c) En utilisant le résultat du b) et sans utiliser la calculatrice, calculer H.

Comparer avec le résultat du a) et conclure.

8. a) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$J_{10} = 10^{10} - \sqrt{10000000001^2 - 4 \times 10^{10}}$$

b) Calculer ***à l'aide de la calculatrice*** le nombre :

$$J_{11} = 10^{11} - \sqrt{100000000001^2 - 4 \times 10^{11}}$$

c) Calculer de même ***à l'aide de la calculatrice*** les nombres J_{12}, J_{13} et J_{14}.

d) Calculer pour tout entier ***n***, le nombre : $J_n = 10^n - \sqrt{(10^n + 1)^2 - 4 \times 10^n}$

Indication : Développer, réduire puis factoriser en utilisant des identités remarquables l'expression : $(10^n + 1)^2 - 4 \times 10^n$

9. Calculer ***la valeur exacte*** du nombre :

$$I = 7^{12}.$$

RAPPEL du cours

Voici les 3 identités remarquables *(très facile à démontrer)*

- N°1 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- N°2 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- N°3 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

ET voici quelques explications sur le comportement d'une calculatrice :

LES MACHINES CALCULENT BIEN, MAIS PRUDENCE

Considérons l'expression suivante, où x et y sont des nombres quelconques (avec y différent de 0, un dénominateur ne pouvant être nul)

$$\frac{x+y-x}{y}$$

Calculons cette expression pour $x = 10^9$ et $y = 10^{-9}$
Deux types de réactions sont possibles !

- Tout d'abord, la réaction de l'élève qui n'est pas esclave de sa machine et qui conclura immédiatement :

$$\frac{x+y-x}{y} = \frac{x-x+y}{y} = \frac{y}{y} = 1$$

- Autre réaction, utiliser sa machine. Mais au lieu de 1, l'élève pourra obtenir la valeur fausse 0 (résultat dépendant de la qualité , de l'âge de la machine et principalement de son prix)

Pourquoi ? Parce que la machine a négligé un milliardième (10^{-9}) devant un milliard (10^9),ce qui apparemment ne semble pas très grave, mais alors :

$$x + y = 10^9 + 10^{-9} = 10^9$$
$$x + y - x = 10^9 - 10^9 = 0$$

et enfin :

$$\frac{x+y-x}{y} = \frac{0}{10^9} = 0 \quad !!!!!!!!!!!!!!!!$$