

COURS sur les fonctions..... (niveau classe de 3^{ème} et classe de seconde)

Une **fonction** est une sorte de « CALCULATRICE » (ou de machine) à qui on donne des nombres (**en entrée**) et qui retourne des autres nombres (**en sortie**) grâce à une « relation »

Exemple

$f : x \mapsto 2x + 7$ veut dire que f est une fonction qui à chaque nombre x on associe le nombre $2x + 7$
Si on lui donne **3** cette fonction retourne **13** car on a $2 \times 3 + 7 = 13$ et si on lui donne **5** elle nous retourne **17**

On dit que « **13 est l'image de 3 par f** » ou que « **3 a pour image 13 par f** » et on note **$f(3)=13$**



*La température de l'eau évolue dans la journée.
C'est une fonction du temps.*

Les fonctions sont très présentes dans la représentation de tous les phénomènes qui évoluent (températures au cours d'une journée...), dans les phénomènes pour lesquels une variable dépend d'une autre (prix d'un article en fonction de l'offre et de la demande...) et d'une manière générale dans toutes les sciences (sciences naturelles, astronomie, physique, chimie, médecine...) et bien sûr en mathématiques (les fonctions sont omniprésentes dans les maths au lycée).

Elles permettent de relier deux grandeurs entre elles (population d'animaux en fonction de la population de leurs prédateurs, distance parcourue par une fusée en fonction du temps, aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté, luminosité d'une étoile en fonction de son âge, etc, etc...).

Exercice :

Quelle est l'image de -2 par la fonction $f : x \mapsto x^2 + x + 1$

Représentation graphique d'une fonction :

La représentation graphique d'une fonction est une courbe qui permet de visualiser comment la fonction agit sur les nombres. Voici, ci-dessous, une méthode pour tracer une REPRESENTATION GRAPHIQUE de cette fonction.

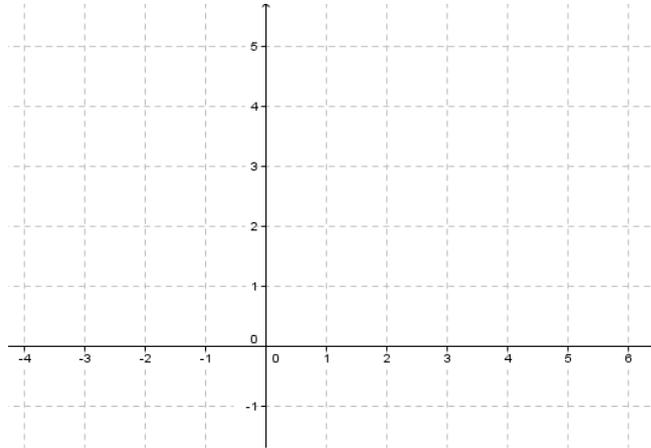
Méthode : Pour tracer la représentation graphique d'une fonction :

- **1.** On dessine un **repère orthonormé**, c'est à dire 2 axes perpendiculaires gradués avec les mêmes unités
- **2.** On choisit des valeurs de x comme on veut et on calcule les images $f(x)$ correspondantes
- **3.** On place dans le repère les points de **coordonnées** $(x ; f(x))$
Concrètement en partant du nombre x sur l'axe horizontal des **abscisses**
on place une petite croix à la hauteur $f(x)$
- **4.** On relie ces points d'une manière harmonieuse

Exemple :

VOICI LES 4 étapes pour tracer la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto x^2$

- 1. On trace un repère orthonormé

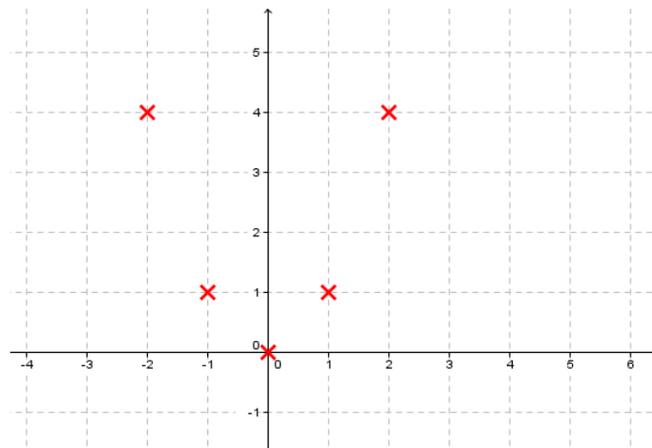


- 2. On calcule quelques images par la fonction f

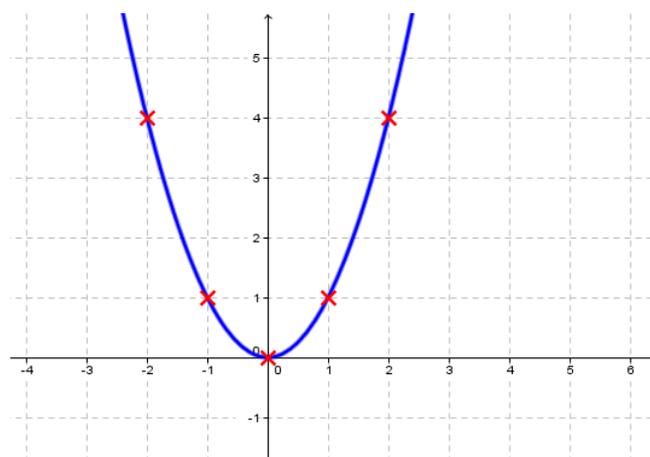
Prenons pour valeurs de x : des nombres entre -2 et 2

Et pour ces valeurs de x , on peut « facilement » faire des calculs : on obtient $f(-2) = (-2)^2 = 4$
et $f(-1) = (-1)^2 = 1$ et $f(0) = (0)^2 = 0$ et $f(1) = (1)^2 = 1$ et $f(2) = (2)^2 = 4$

- 3. On trace 5 points (5 croix en rouge)



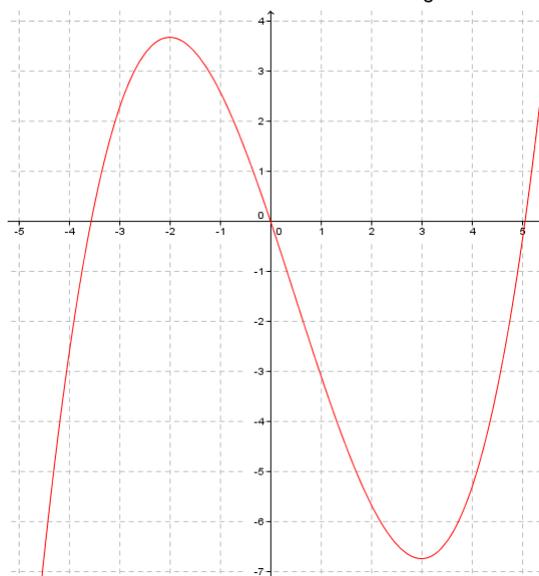
- 4. On relie les différents points entre eux (la *courbe bleue* ressemble à une « *parabole* »)



Exercice : La courbe **en rouge** est la représentation graphique d'une fonction f

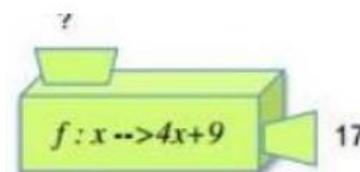
Quelle est l'image par f du nombre 1 ?

Quelle est l'image par f du nombre 5 ?



Qu'est ce qu'un antécédent ?

Pour déterminer un antécédent : IL FAUT RETROUVER le NOMBRE au départ
 Prenons la fonction $f : x \mapsto 4x + 9$ et recherchons un antécédent de 17



C'est le contraire de l'image: SI l'image de **2** par f vaut **17** alors un antécédent de **17** par f est **2**
 ATTENTION : Un nombre donné **peut avoir plusieurs** antécédents

Un antécédent d'un nombre b par une fonction f est un nombre a tel que $f(a)=b$

Il y a deux méthodes pour trouver les antécédents d'un nombre par une fonction

Méthode n°1) Par lecture graphique

Pour trouver les antécédents d'un nombre b par une fonction f dont on connaît la représentation graphique:

- 1. On trace la droite d'équation $y=b$, c'est à dire la droite horizontale à la hauteur b
- 2. On place des points ou des croix aux différentes intersections entre cette droite et la courbe.
Autrement dit : « on marque les points où la droite croise (ou touche) la courbe »
- 3. Pour trouver TOUS les antécédents de b on lit sur l'axe des abscisses les abscisses de ces points

Exemple

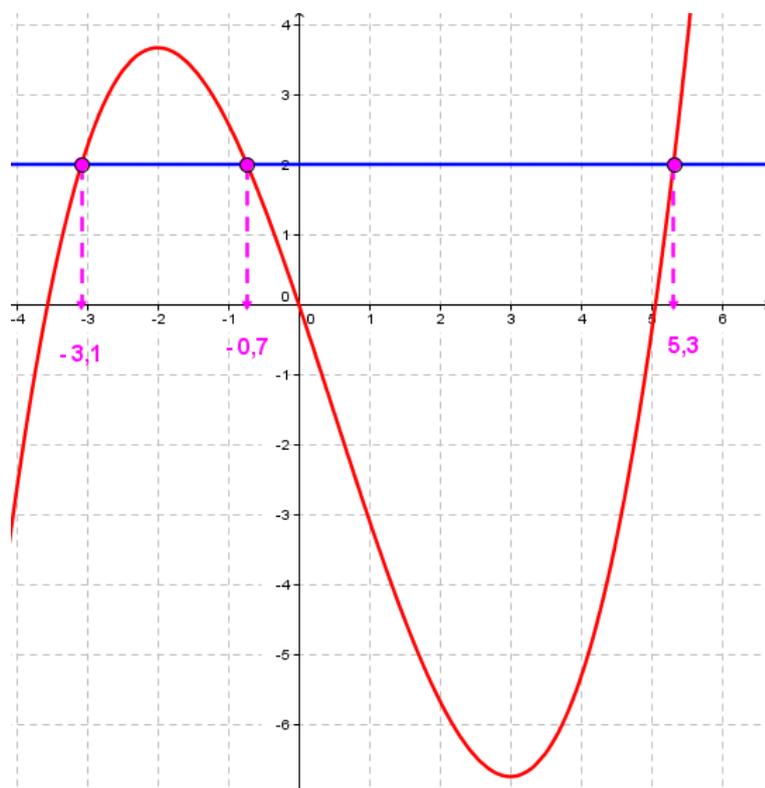
recherchons les antécédents de 2 par la fonction f représentée ci-dessous.

En rouge :
 représentation graphique de la fonction f
 également appelée « courbe ou graphe de f »

En bleu :
 droite d'équation $y = 2$

En rose :
 points d'intersection entre la droite et la courbe

On peut conclure que le nombre **2**
 a **trois antécédents** qui sont les nombres
-3,1 et **-0,7** et **5,3**



Méthode n°2) Par un calcul

Pour trouver les antécédents d'un nombre a par une fonction f dont on connaît l'expression algébrique on peut résoudre l'équation $f(x) = b$ (équation où x est le nombre inconnu et où b est un nombre connu)

Exemple

Pour trouver les antécédents de 100 par la fonction $f : x \mapsto 2x + 7$ on résout l'équation $2x + 7 = 100$ ET on trouve que $x = 46,5$ CE qui permet de conclure que **le nombre 100 admet un seul antécédent par cette fonction et cet antécédent vaut 46,5**

Exercice : 1) Calculer un antécédent de -1 par la fonction $f : x \mapsto 6x - 13$

2) Calculer tous les antécédents de -1 par la fonction $f : x \mapsto x^2 - 4$



A NE LIRE QUE SI TU AS BIEN COMPRIS ET RETENU la 1^{ère} partie

Fonctions affines et fonctions linéaires :

Vocabulaire :

1. Une **fonction affine** est une fonction qui peut s'écrire sous la forme $f : x \mapsto ax + b$

Par exemple les fonctions $g : x \mapsto 3x + 2$ et $h : x \mapsto -\frac{3}{2}x + 1$ sont des fonctions affines

2. Une **fonction linéaire** est une fonction qui peut s'écrire sous la forme $f : x \mapsto ax$

Par exemple les fonctions $m : x \mapsto 3x$ et $n : x \mapsto -\frac{3}{2}x$ sont des fonctions linéaires

Remarque : Les fonctions linéaires sont des fonctions affines pour lesquelles $b = 0$

3. Pour une fonction affine

- le nombre a s'appelle **le coefficient directeur**

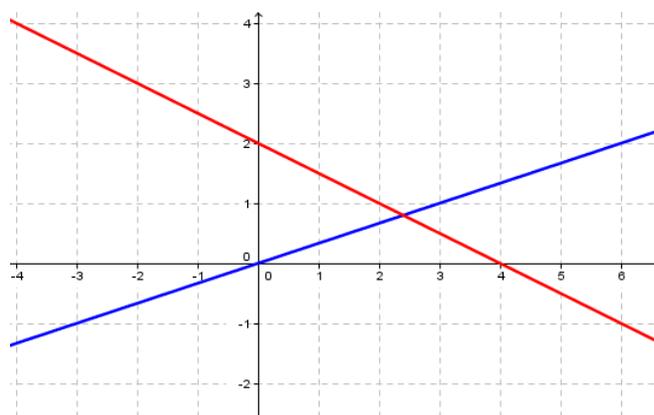
et

- le nombre b s'appelle **l'ordonnée à l'origine**

Représentation graphique

En rouge : graphe d'une **fonction affine**

En bleu : graphe d'une **fonction linéaire**



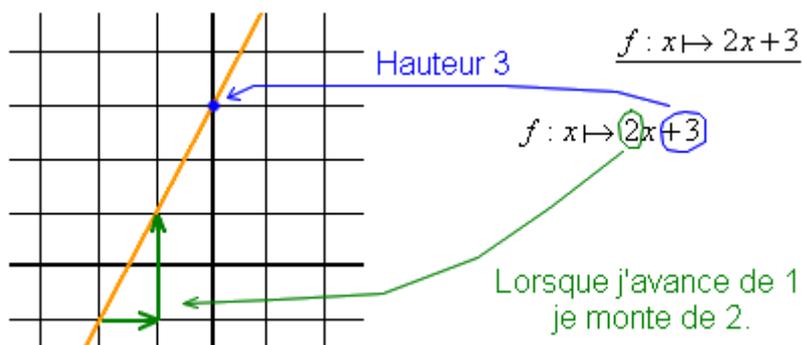
Remarques :

1) La représentation graphique d'une fonction affine (et/ou linéaire) est une droite
Dans le cas d'une fonction linéaire : cette droite passe par l'origine du repère

2) Le tableau de données d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité :
c'est-à-dire : « les images $f(x)$ sont **proportionnelles** aux nombres x »

Calcul du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine à partir d'un graphique

Il est possible de *lire* le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine d'une fonction à partir de la représentation graphique de cette fonction



On peut donc conclure que : la fonction f définie par $f : x \mapsto 2x + 3$

c'est-à-dire la fonction définie par **la relation** $f(x) = 2x + 3$ qui est appelée expression algébrique de cette fonction est une fonction affine dont

- 1) Le coefficient directeur (ou « pente ») est le nombre $a = 2$
et
- 2) L'ordonnée à l'origine est le nombre $b = 3$

Exercice : Calculer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la fonction représentée sur le graphique ci-dessous puis écrire l'expression algébrique de cette fonction

