

Chapitre XIII : Agrandissement et réduction Sections planes d'un solide

I - Agrandissement et réduction.

a) Rappel de Quatrième.

Définitions

Lorsque deux figures ont la même forme et des longueurs proportionnelles, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Faire un **agrandissement** d'une figure, c'est multiplier toutes ses longueurs par un même nombre k plus grand que 1.

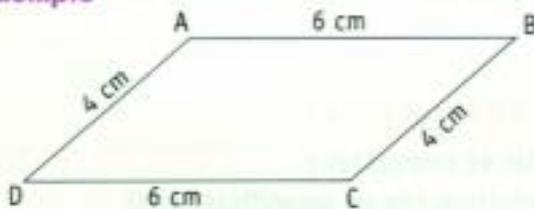
Faire une **réduction** d'une figure, c'est multiplier toutes ses longueurs par un même nombre k plus petit que 1.

Le nombre k est appelé le **rapport (coefficient) d'agrandissement ou de réduction**.

$$k_{\text{agrandissement}} = \frac{\text{longueur agrandie}}{\text{longueur initiale}} \quad \text{ou} \quad \text{longueur agrandie} = k_{\text{agrandissement}} \times \text{longueur initiale}$$

$$k_{\text{réduction}} = \frac{\text{longueur réduite}}{\text{longueur initiale}} \quad \text{ou} \quad \text{longueur réduite} = k_{\text{réduction}} \times \text{longueur initiale}$$

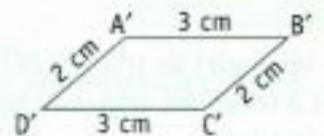
Exemple



On multiplie les longueurs par 0,5.



On multiplie les longueurs par 2.



- $A'B'C'D'$ est une réduction de $ABCD$ de rapport 0,5.
- $ABCD$ est un agrandissement de $A'B'C'D'$ de rapport 2.

Propriétés

Un agrandissement (ou une réduction) conserve les mesures d'angles.

Un agrandissement (ou une réduction) conserve le parallélisme.

<p>Exemple Données $A'B'C'D'$ est une réduction de $ABCD$. $\widehat{ABC} = 42^\circ$.</p>		<p>Conclusion $\widehat{A'B'C} = \widehat{ABC} = 42^\circ$</p>	<p>Exemple Données $A'B'C'D'$ est une réduction de $ABCD$. $(AB) \parallel (CD)$.</p>		<p>Conclusion $(A'B') \parallel (C'D')$</p>
---	--	--	--	--	---

Conséquence : Un agrandissement (ou une réduction) conserve les angles droits.

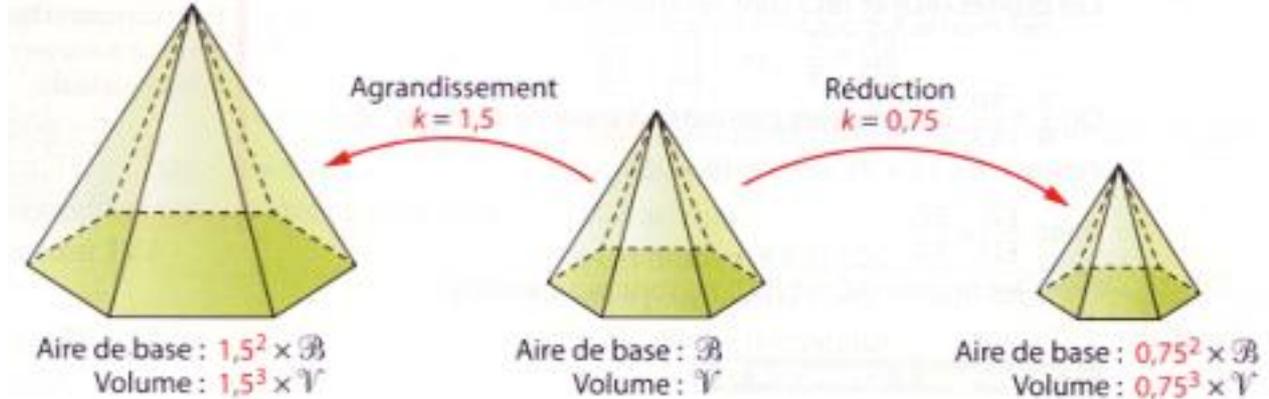
b) Effets sur les aires et les volumes.

Propriétés

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- l'aire d'une surface est multiplié par k^2 .
- le volume d'une surface est multiplié par k^3 .

Exemple



II - Sections planes d'un solide.

Définitions

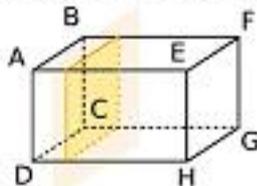
Un solide est coupé par un plan. La surface plane obtenue à l'intersection du solide et du plan s'appelle la section plane du solide.

a) Sections planes d'un pavé droit.

Propriétés

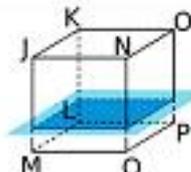
La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face est un rectangle de mêmes dimensions que cette face.

Exemple 1 : On coupe le pavé droit ABCDEFGH par un plan parallèle à la face ABCD. Donne la nature et les dimensions de la section.



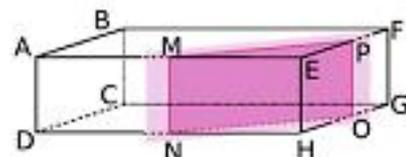
La section est un rectangle de mêmes dimensions que ABCD.

Remarque : Dans le cas particulier du cube, la section par un plan parallèle à une face est un carré de même dimension que cette face.



La section d'un pavé droit ou d'un cube par un plan parallèle à une arête est un rectangle, dont l'une des dimensions correspond à la longueur de cette arête.

Exemple 2 : On coupe le pavé droit ABCDEFGH par un plan parallèle à l'arête [EH] de longueur 4 cm. Donne la nature et les dimensions de la section MNOP, sachant que EM = 3 cm et EP = 2 cm.



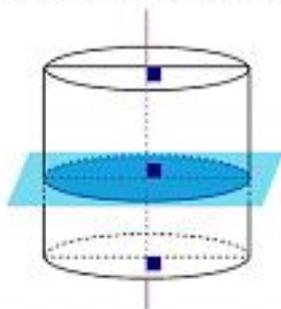
La section est le rectangle MNOP où $MN = EH$. La face AEFB du pavé droit est un rectangle donc le triangle MEP est rectangle en E. En appliquant le théorème de Pythagore dans ce triangle, on démontre que $MP = \sqrt{13}$. Les dimensions de MNOP sont 4 cm et $\sqrt{13}$ cm.

b) Sections planes d'un cylindre de révolution.

Propriétés

La section d'un cylindre de révolution par un **plan perpendiculaire à son axe** est un **cercle** de même rayon que la base.

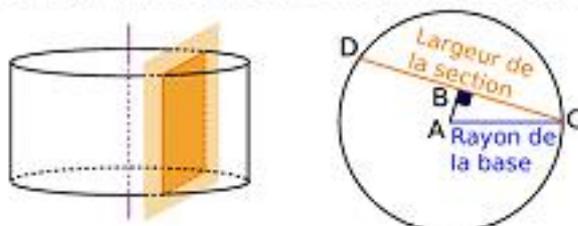
Exemple 1 : On coupe un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe. Donne la nature et les dimensions de la section.



La section est un cercle de même rayon que la base.

La section d'un cylindre de révolution par un **plan parallèle à son axe** est un **rectangle**.

Exemple 2 : On coupe un cylindre de révolution de hauteur 10 cm dont le rayon de la base est 3 cm, parallèlement à son axe, à 2 cm de celui-ci. Donne la nature et les dimensions de la section.



Vue de dessus

La section est un rectangle de longueur la hauteur du cylindre : ici, 10 cm. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC, on démontre que $DC = 2\sqrt{5}$. Les dimensions de la section rectangulaire de ce cylindre sont 10 cm et $2\sqrt{5}$ cm.

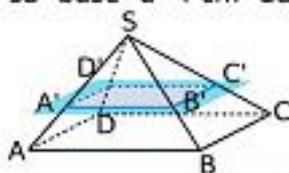
c) Sections planes d'une pyramide ou d'un cône de révolution.

Propriété

La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un **plan parallèle à la base** est une **réduction de la base**.

Exemple 1 : On coupe une pyramide SABCD à base carrée de côté 3 cm et de hauteur 5 cm, par un plan parallèle à sa base à 4 cm du sommet.

Donne la nature et les dimensions de la section A'B'C'D'.

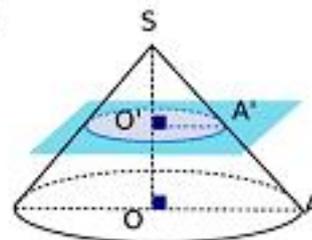


Le coefficient de réduction est

$$k = \frac{4}{5} \text{ donc } A'B' = k \times AB = \frac{4}{5} \times 3 = 2,4 \text{ cm.}$$

La section est donc un carré de côté 2,4 cm.

Exemple 2 : On coupe un cône de révolution par un plan parallèle à sa base. Donne la nature de la section.



La section est une réduction de la base, c'est donc un cercle.