

COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITE

Coefficient de proportionnalité :

Ce cours définit tout d'abord ce que sont deux grandeurs proportionnelles et dégage la notion de coefficient de proportionnalité. Il montrera ensuite comment utiliser ce coefficient dans diverses situations, avant d'aborder les deux propriétés de linéarité. Enfin, ce cours étudiera les liens entre des situations de proportionnalité et les représentations graphiques que l'on peut en donner.

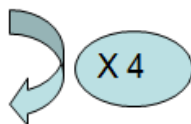
Activité de découverte

On va calculer le périmètre de plusieurs carrés dont on précisera la longueur du côté.

- Un carré de 2 dm de côté a un périmètre de 8 dm
- Un carré de 3,5 dm de côté a un périmètre de 14 dm
- Un carré de 4 dm de côté a un périmètre de 16 dm
- Un carré de 5,4 dm de côté a un périmètre de 21,6 dm
- Un carré de 7 dm de côté a un périmètre de 28 dm

On peut résumer tout ceci dans un tableau.

Longueur du côté du carré (en dm)	2	3,5	4	5,4	7
périmètre du carré (en dm)	8	14	16	22	28



Toutes les valeurs exprimant le périmètre d'un carré sont obtenues en multipliant par 4 la longueur du côté du carré correspondant.

Les deux grandeurs sont proportionnelles.

4 est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Définition du coefficient de proportionnalité

Deux grandeurs sont proportionnelles quand on obtient les valeurs de l'une en multipliant par le même nombre $\neq 0$ toutes les valeurs de l'autre.

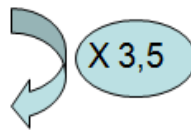
Le nombre qui permet de passer d'une suite de nombres à l'autre s'appelle le « coefficient de proportionnalité ».

Calcul du coefficient de proportionnalité

Un robinet laisse couler 52,5 litres d'eau en quinze minutes. La quantité d'eau recueillie est proportionnelle au temps d'ouverture du robinet.

On donne le relevé suivant :

Durée d'ouverture du robinet (min)	15	1	7	?
Quantité d'eau recueillie (l)	52,5	?	?	31,5



Quelle quantité d'eau recueille-t-on en 1 minute ?

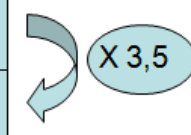
En 1 minute, on recueille

$$52,5 : 15 = 3,5 \text{ litres d'eau}$$

Le coefficient de proportionnalité est 3,5

Utilisation du coefficient de proportionnalité

Durée d'ouverture du robinet (min)	15	1	7	9
Quantité d'eau recueillie (l)	52,5	3,5	24,5	31,5



En 7 minutes, la quantité d'eau recueillie est :

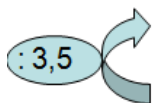
- $7 \times 3,5 =$
- 24,5 litres

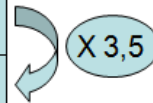
On recueille 31,5 litres d'eau en :

- $31,5 : 3,5 =$
- 9 minutes

Pour trouver la quantité d'eau, il faut multiplier la durée d'ouverture du robinet par 3,5.

Tableau de proportionnalité

	Durée d'ouverture du robinet (min)	15	1	7	9
	Quantité d'eau recueillie (l)	52,5	3,5	24,5	31,5



Le tableau est un tableau de proportionnalité ; pour passer d'une suite de nombres à l'autre on multiplie par 3,5 dans un sens ; dans l'autre, on divise par 3,5.

Activité : 1ère propriété de linéarité



Pierre achète 3 pains au chocolat et les paie 1,80 € ; dans la même boulangerie, Anne achète 5 pains au chocolat et les paie 3 €.

Sachant que le prix payé est proportionnel au nombre de pains au chocolat achetés, peut-on calculer le prix de 8 pains au chocolat sans connaître le prix d'un ?

Raisonnons avant de calculer :

On sait que $5 + 3 = 8$

Si j'achète 3 pains au chocolat puis 5, comme le prix payé est proportionnel au nombre de pains achetés, je paierai la même somme que si j'en achète 8 au même moment.

Je vais donc payer : $1,80 + 3 = 4,80$ €

Propriété additive de linéarité

On peut résumer la situation dans le tableau suivant :

			+
			↓
Nombre de pains achetés	3	5	8
Prix payé (en €)	1,80	3	4,80
			↑
			+

Si dans une ligne d'un tableau de proportionnalité un nombre est la somme de deux autres nombres de cette ligne, alors dans l'autre ligne il lui correspond la somme des nombres leur correspondant.

Activité : 2^{ème} propriété de linéarité

On veut maintenant trouver le prix de 16 pains au chocolat achetés dans les mêmes conditions.

On vient de trouver que 8 pains au chocolat coûtent 4,80 €

16 étant le double de 8, le prix payé pour 16 pains au chocolat sera donc le double du prix de 8

soit $4,80 \times 2 = 9,60$ €



Propriété multiplicative de linéarité

On peut résumer la situation dans le tableau suivant :

				x2
Nombre de pains achetés	3	5	8	16
Prix payé (en €)	1,80	3	4,80	9,60
				x2

Si dans une ligne d'un tableau de proportionnalité un nombre est le produit d'un autre nombre de cette ligne par une valeur k , alors dans l'autre ligne il lui correspond le produit du nombre correspondant par la même valeur k .

Proportionnalité ?

Comment savoir si un tableau représente une situation de proportionnalité ?

Nombre de litres de lait achetés	2	5	8
Prix payé (en €)	1,60	4	6,40

Comment le prix payé a-t-il été calculé ?

Pour trouver le prix payé, si le prix payé est proportionnel au nombre de litres achetés, il a fallu multiplier le nombre de litres achetés par le prix d'un litre de lait.

Si le tableau traduit une situation de proportionnalité, alors en divisant chacun des prix par le nombre de litres achetés correspondant, on doit retrouver à chaque fois le même quotient.

On va donc poser 3 divisions :

- $1,60 : 2 = 0,8$
- $4 : 5 = 0,8$
- $6,40 : 8 = 0,8$

Les trois quotients sont égaux à 0,8.

Le prix payé est donc proportionnel au nombre de litres de lait achetés.

Propriété du tableau de proportionnalité

Pour vérifier qu'un tableau de nombres traduit une situation de proportionnalité, il faut montrer que tous les quotients obtenus en divisant chacun des nombres de l'une des lignes par le nombre correspondant de l'autre ligne sont tous identiques.

Attention :

Si au moins un des quotients est différent des autres, alors on peut affirmer que la situation n'est pas une situation de proportionnalité.

Proportionnalité et graphiques

Paul achète 3 CD et paie 45€. Anaïs achète 5 CD et paie 75€. Marie achète 2 CD et paie 30€. Le prix payé est-il proportionnel au nombre de CD achetés ?



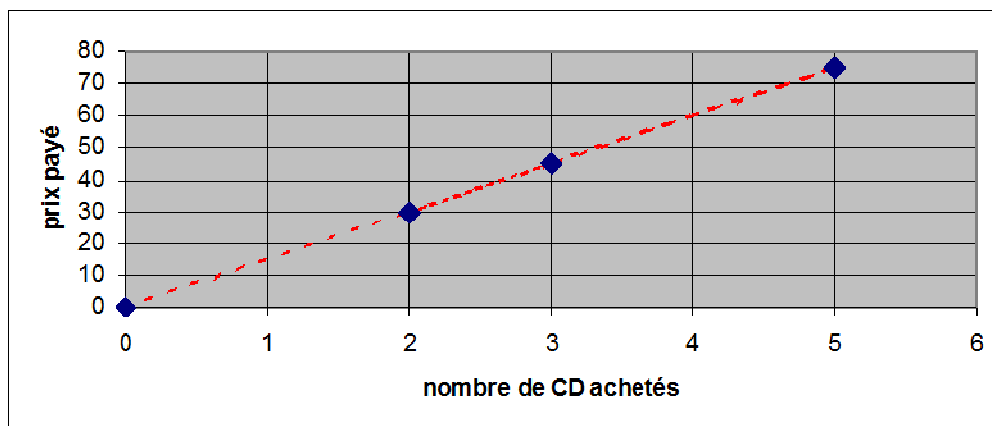
On remarque que :

$$45 : 3 = 75 : 5 = 30 : 2 = 15$$

Chaque CD coûte donc 15 € et le prix payé est bien proportionnel au nombre de CD achetés.

On décide alors de représenter graphiquement cette situation.

On obtient le graphique suivant :



On observe deux choses :

- Les points représentatifs du graphique sont alignés entre eux.
- Les points représentatifs du graphique sont alignés avec l'origine du repère.

Dans un magasin on peut voir le panneau suivant :

Fraises :

3,5 € le kg

3 kg pour 10€

5 kg pour 15€



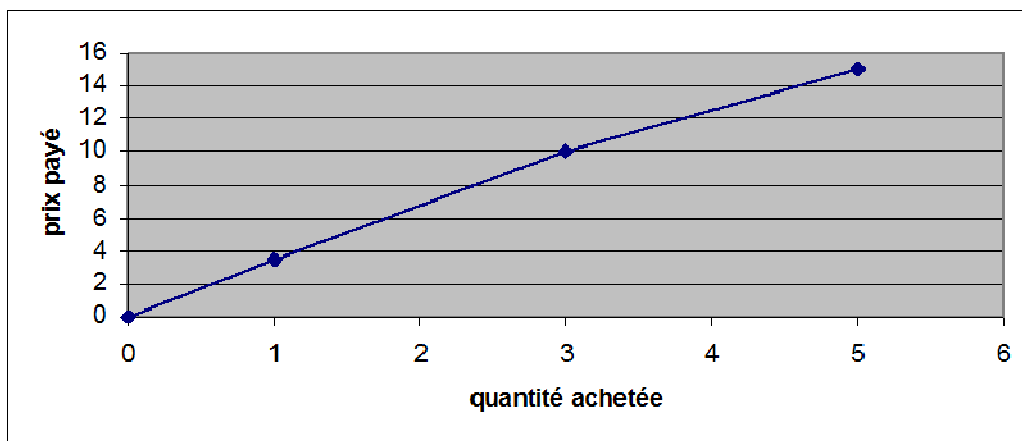
Le prix est-il proportionnel à la quantité achetée ?

$$15 : 5 = 3$$

Le prix payé n'est donc pas proportionnel à la quantité de fraises achetée.

On décide alors de représenter graphiquement cette situation.

On obtient le graphique suivant :



Les points représentatifs du graphique ne sont pas alignés entre eux.



Pour rentrer à la piscine, on peut payer une carte de membre qui coûte 15€ pour l'année ; chaque entrée est alors payée 1€.

Quel prix paiera-t-on pour 1 entrée ; 3 entrées ; 5 entrées ?

nombre d'entrées	1	3	5
prix payé	16	18	20

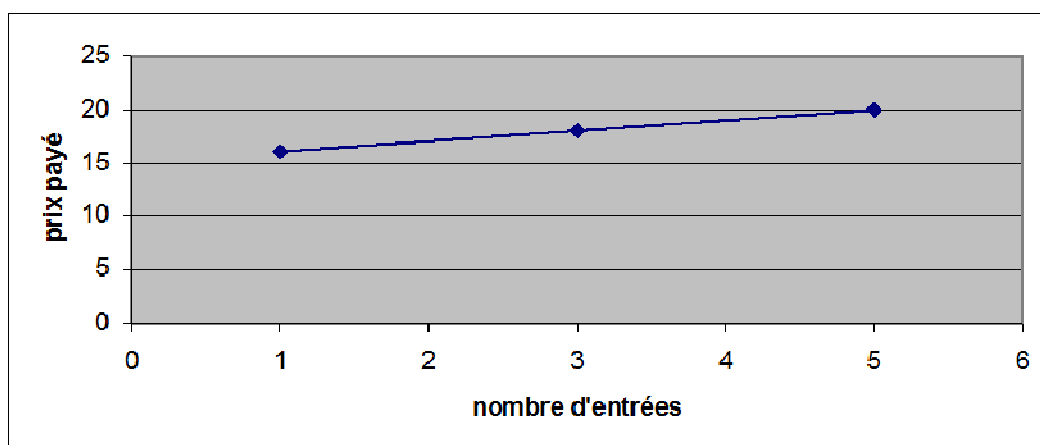
Le prix payé est-il proportionnel au nombre d'entrées ?

On remarque que $3 \times 16 = 48$ et non pas 18

Le prix payé n'est donc pas proportionnel au nombre d'entrées.

On décide alors de représenter graphiquement cette situation.

On obtient le graphique suivant :



- Les points représentatifs du graphique sont tous alignés entre eux.
- Les points représentatifs du graphique ne sont pas alignés avec 0.

Propriété relative aux graphiques

Proportionnalité et représentation graphique.

Si les points représentatifs d'une représentation graphique sont alignés entre eux et alignés avec l'origine du repère alors la situation représentée est une situation de proportionnalité.