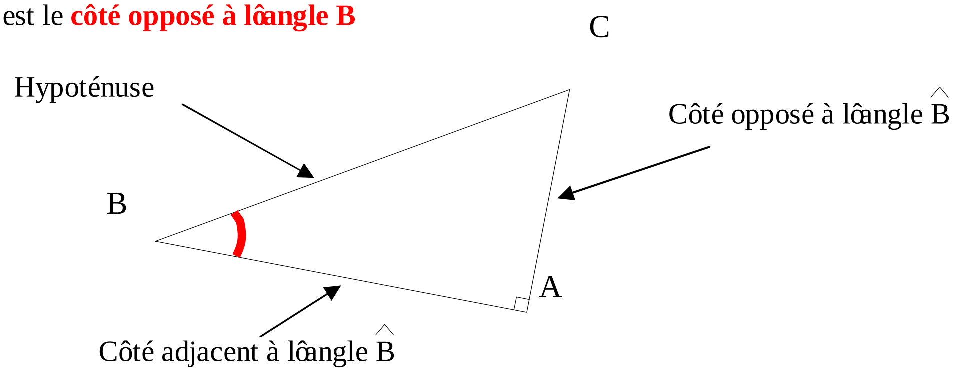
CHAPITRE : LES FORMULES TRIGONOMETRIQUES : CAH SOH TOA

Quôest ce que le « *cosinus dôun angle aigu* » ? (et/ou *le sinus* et/ou *la tangente*)

a) Vocabulaire :

Si ABC est un **triangle rectangle en A,** alors :

- [BC] est lô**hypoténuse** de ABC (ET côest le **PLUS GRAND côté du triangle**, côest-à-dire celui qui ne touche pas lôangle droit)
- [AB] est le **côté adjacent à lôangle $\widehat{B}$**
- [AC] est le **côté opposé à lôangle $\widehat{B}$**



b) Formules trigonométriques : CAH SOH TOA

Dans le triangle ABC rectangle en A,

cosinus $\widehat{B}$ = $\dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}}$ ou encore $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$

sinus $\widehat{B}$ = $\dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}}$ ou encore $\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$

tangente $\widehat{B}$ = $\dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à } \widehat{B}}$ ou encore $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Remarque **:**
Il faut toujours préciser lôangle du triangle rectangle

c) Utilisation de la calculatrice :

Mettre la calculatrice en mode DEGRE !

Exemple n°1:
Pour calculer sin 47° , je tape : $\boxed{\text{SIN}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{7}$ $\boxed{\text{EXE}}$
La calculatrice affiche : 0,731353701

Exemple n°2:
Je sais que $\sin \widehat{B} = 0,8$
Je peux connaître la mesure de lôangle $\widehat{B}$ en tapant : $\boxed{\text{SIN}^{-1}}$ $\boxed{0}$ $\boxed{,}$ $\boxed{8}$ $\boxed{\text{EXE}}$
La calculatrice affiche : 53,13010235
Je donne une valeur approchée : $\widehat{B}$å 53,1° (arrondi à 0,1)

d) Applications :

<u>Méthode et exemple pour calculer un côté :</u>

Soit ABC rectangle en A tel que $\widehat{B}$ = 20° et BC = 5 cm.

<u>Question :</u> Calculer AC arrondi au dixième de centimètre.

a) On cherche une relation entre les données ($\widehat{B}$ et BC) et lõinconnu (AC):

$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$

b) On remplace les valeurs connues :

$\sin 20° = \dfrac{AC}{5}$ (c'est-à-dire $\dfrac{\sin 20°}{1} = \dfrac{AC}{5}$)

c) On calcule la quatrième proportionnelle (grâce au produit en croix) :

$AC = \dfrac{\sin 20° \times 5}{1}$

d) On utilise la calculatrice et on conclut :

AC å 1,7 cm (arrondi à 0,1)

<u>Méthode et exemple pour calculer un angle :</u>

Soit ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 3 cm.

<u>Question :</u> Calculer lõangle $\widehat{B}$ (donner une valeur arrondie à 0,1)

a) On cherche une relation entre les données (AB et AC) et lõinconnu ($\widehat{B}$):

$\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

b) On remplace les valeurs connues :

$\tan \widehat{B} = \dfrac{3}{6}$

c) On utilise la calculatrice et on conclut :

On en déduit que $\widehat{B}$ å 26,6° (arrondi à 0,1) (on a tapé $\boxed{\text{TAN}^{ï1}}$ $\boxed{(}$ $\boxed{3}$ $\boxed{/}$ $\boxed{6}$ $\boxed{)}$)

c) Relations entre cosinus, sinus et tangente :

<u>Propriété :</u>

Dans un triangle rectangle, si x est la mesure <u>dõun angle</u> alors :

-1 Ò (cos x) Ò 1 et **-1 Ò (sin x) Ò 1**

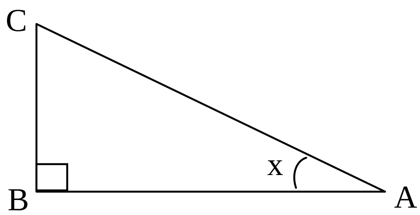
$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

<u>Démonstration de (cos x)² + (sin x)² = 1</u>

On se place dans un triangle ABC rectangle en B. On note x lõangle de sommet A.

Calculons E = $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$



$E = \left(\dfrac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\dfrac{BC}{AC}\right)^2$

$E = \dfrac{AB^2}{AC^2} + \dfrac{BC^2}{AC^2}$

$E = \dfrac{AB^2+BC^2}{AC^2}$

or $AB^2 + BC^2 = AC^2$ dõaprès le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle ABC !

$E = \dfrac{AC^2}{AC^2}$

E = 1 et donc on peut conclure que $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$

Exemple :

On donne $\cos \widehat{B} = 0{,}8$ avec $\widehat{B}$ un angle aigu

Retrouver $\sin \widehat{B}$ et $\tan \widehat{B}$ sans calculer $\widehat{B}$

Comme $(\cos \widehat{B})^2 + (\sin \widehat{B})^2 = 1$

Alors $0{,}8^2 + (\sin \widehat{B})^2 = 1$

$0{,}64 + (\sin \widehat{B})^2 = 1$

$(\sin \widehat{B})^2 = 1 - 0{,}64$

$(\sin \widehat{B})^2 = 0{,}36$

$\sin \widehat{B} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$ ou $\sin \widehat{B} = -\sqrt{0{,}36} = -0{,}6$

Comme l'angle $\widehat{B}$ est un angle aigu on a $\sin \widehat{B} \geq 0$

et donc $\sin \widehat{B} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$

De plus, $\tan \widehat{B} = \dfrac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}} = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75$