CALCULS

☑ On commence par les ( ), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.

☑ On fait les calculs dans **l'ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

☑ Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.

☑ Donner votre réponse sous forme irréductible !

➔ $\frac{5}{6}-\frac{2}{7}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{6}-\frac{2}{7}\times\frac{4}{3}=\frac{5}{6}-\frac{8}{21}=\frac{35}{42}-\frac{16}{42}=\frac{19}{42}$

➔ $\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{7}\right)\div\frac{3}{4}=\left(\frac{35}{42}-\frac{12}{42}\right)\times\frac{4}{3}=\frac{23}{42}\times\frac{4}{3}=\frac{92}{126}=\frac{46}{63}$

PUISSANCES

$$a^n\times a^m=a^{n+m}\qquad \frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}\qquad \left(a^n\right)^m=a^{n\times m}\qquad a^{-1}=\frac{1}{a}$$

☑ Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.

☑ Pour prendre la puissance d'une puissance on multiplie les exposants.

☑ **Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

➔ $\frac{7\times\left(10^5\right)^3\times10^{-2}}{5\times10^7}=1{,}4\times\frac{10^{15}\times10^{-2}}{10^7}=1{,}4\times10^6$

STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des filles d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :
36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

☑ **L'étendue** de cette série est : 42 - 36 = 6

☑ Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38.
Il y a autant d' élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

☑ La position du **premier quartile** Q_1 est obtenue en prenant 1/4 des valeurs, soit 1/4 x 13 = 3,25 ; on choisit le rang 4 (entier qui suit 3,25) correspondant à une pointure de 37.
Au moins 25 % des filles ont une pointure inférieure ou égale à du 37

RACINES CARREES

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}\qquad\qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

➔ $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=2\sqrt{3}$ $\qquad\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$

➔ $\sqrt{12}+3\sqrt{75}=2\sqrt{3}+3\times5\sqrt{3}=2\sqrt{3}+15\sqrt{3}=17\sqrt{3}$

FONCTIONS

- *nombre de départ*
- *x*
- *un antécédent*
- *abcisse*

- *nbre d'arrivée*
- *f(x) ; y*
- *l'image*
- *ordonnée*

☑ fonction affine $f:x\mapsto ax+b$
avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine**

☑ fonction linéaire $f:x\mapsto ax$ ☑ ft constante $f:x\mapsto b$

➔ Soit $f:x\mapsto 2x-7$ ex : $f(5)=2\times5-7=10-7=3$
5 a pour image 3 par f et 3 a pour antécédent 5 par f

CALCUL LITTERAL

On développe ⟶

$$k(a+b)=k\times a+k\times b$$
$$(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$$
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

⟵ *On factorise*

☑ Développer et réduire

$E=(x-2)^2+(x-2)(x+5)$
$E=x^2-4x+4+x^2+5x-2x-10$
$E=2x^2-x-6$

☑ Factoriser

$E=(x-2)^2+(x-2)(x+5)$
$E=(x-2)\left[(x-2)+(x+5)\right]$
$E=(x-2)(x-2+x+5)$
$E=(x-2)\times(2x+3)$

☑ Résoudre

$(x-2)(2x+3)=0$
$x-2=0\quad ou\quad 2x+3=0$
$x=2\qquad\qquad 2x=-3$
$x=\frac{-3}{2}=-1{,}5$
$S=\{2;-1{,}5\}$

☑ Résoudre $(x-3)^2=36$

$x-3=\sqrt{36}=6\quad ou\quad x-3=-\sqrt{36}=-6$
$x=6+3=9\qquad\qquad x=-6+3=-3$
$S=\{9;-3\}$

☑ Résolution d'une inéquation.

ATTENTION, si on divise ou multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même nombre **NEGATIF**, il faut changer le **sens** de l'inégalité.

$-5x\le 24+7x$
$-5x-7x\le 24$
$-12x\le 24$
$x\ge\frac{24}{-12}$
$x\ge -2$

ARITHMETIQUE

☑ Un diviseur commun à a et b est un nombre entier qui divise a et qui divise b.

☑ Lorsque PGCD (a ; b) = 1, on dit que a et b sont **premiers** entre eux.

☑ Pour rendre irréductible une fraction en une seule simplification, on calcule le PGCD (a ; b) puis on divise numérateur et dénominateur par ce PGCD.

Calculer PGCD (294 ; 70) (Algorithme **d'Euclide**)

a	b	r
294	70	14
70	14	0

PGCD (294 ; 70) = 14

Donc $\frac{70}{294}=\frac{\cancel{14}\times5}{\cancel{14}\times21}=\frac{5}{21}$

SYSTEMES

☑ Méthode par combinaison

$$(S)\begin{cases}2x+7y=39 & (E_1)\xrightarrow{\times3} 6x+21y=117\\ 3x+4y=26 & (E_2)\xrightarrow{\times2} 6x+8y=52\end{cases}\ -$$

$21y-8y=117-52$
$13y=65$
$y=\frac{65}{13}=5$

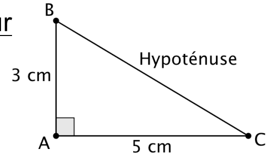
$(E_1)\rightarrow 2x+7\times5=39$
$2x=39-35$
$2x=4$
$x=2$

<u>Vérification</u> : On remplace x et y par les valeurs trouvées dans les équations de départ, (E_1) et (E_2).

<u>Conclusion</u> : Le couple (2 ; 5) est la seule solution du système.

PROPRIETE DE PYTHAGORE

➔ <u>Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.</u>



ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

on a $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

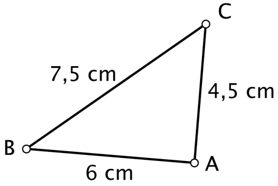
d'où $BC = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ *cm (à 1 mm près)*

PROPRIETE RECIPROQUE DE PYTHAGORE

➔ <u>Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.</u>

D'une part $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$
D'autre part $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$*, donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.*



Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.

ESPACE

$V_{Prisme} = Aire\ de\ la\ base \times Hauteur$ $\quad V_{Cylindre} = \pi \times r^2 \times Hauteur$

$V_{Pyramide} = \dfrac{Aire\ de\ la\ base \times Hauteur}{3}$ $\quad V_{Cône} = \dfrac{\pi \times r^2 \times Hauteur}{3}$

$V_{Boule} = \dfrac{4}{3}\pi \times r^3$ $\quad A_{Sphère} = 4 \times \pi \times r^2$

☑ Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les longueurs sont multipliées par k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3

☑ La section d'un pavé par un plan parallèle à l'une de ses faces ou l'une de ses arêtes est un rectangle.

☑ La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle et perpendiculaire à son axe est un disque.

☑ La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.

TRIGONOMETRIE

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\widehat{\alpha}$ donné :

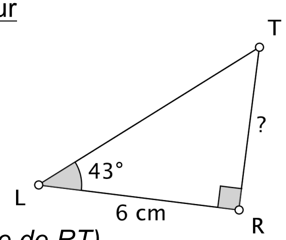
$$\sin \widehat{\alpha} = \frac{coté\ opp\ à\ \widehat{\alpha}}{hypoténuse} \qquad \cos \widehat{\alpha} = \frac{coté\ adj\ à\ \widehat{\alpha}}{hypoténuse} \qquad \tan \widehat{\alpha} = \frac{opp\ à\ \widehat{\alpha}}{adj\ à\ \widehat{\alpha}}$$

➔ <u>Permet de calculer une longueur</u>

Dans le triangle rectangle RTL,

on a $\tan \widehat{RLT} = \dfrac{RT}{RL}$,

soit $\tan 43 = \dfrac{RT}{6}$



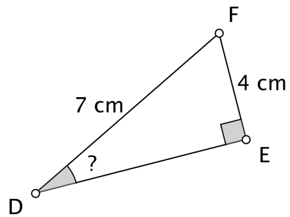
d'où RT = 6 x tan 43 (valeur exacte de RT)
et RT≈ 5,6 cm (valeur approchée au mm près)

➔ <u>Permet de calculer un angle</u>

Dans le triangle rectangle EDF,

on a $\sin \widehat{EDF} = \dfrac{EF}{DF} = \dfrac{4}{7}$

d'où $\widehat{EDF} \approx 35°$ *(à 1° près)*



Propriétés : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \sin x / \cos x$

PROBABILITES

☑ $p = \dfrac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles}$

La probabilité de tirer un roi dans un jeu de 32 cartes est donnée par $p(Roi) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$

☑ La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

☑ La probabilité d'un événement impossible (qui ne peut pas se réaliser) est égale à 0.

☑ La probabilité d'un événement certain (qui se réalise à chaque fois) est égale à 1.

☑ La somme des probabilités de A et de son contraire est 1.

PROPRIETE DE THALES

➔ <u>Permet de calculer une longueur.</u>

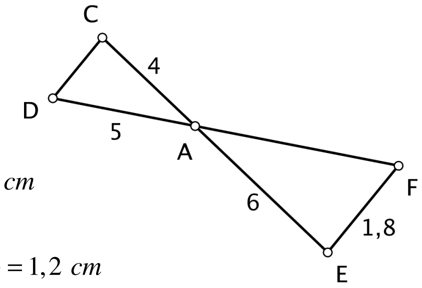
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès,

on a $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AD}{AF} = \dfrac{CD}{EF}$

soit $\dfrac{4}{6} = \dfrac{5}{AF} = \dfrac{CD}{1{,}8}$

d'où $AF = \dfrac{6 \times 5}{4} = 7{,}5\ cm$

et $CD = \dfrac{4 \times 1{,}8}{6} = \dfrac{7{,}2}{6} = 1{,}2\ cm$



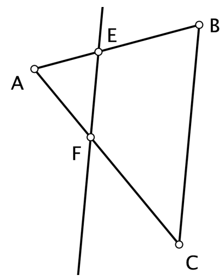
PROPRIETE RECIPROQUE DE THALES

➔ <u>Permet de prouver que deux droites sont parallèles.</u>

D'une part $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

D'autre part $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{3}{7{,}5} = 0{,}4$

On constate que $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$*, de plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la* ***propriété réciproque de Thalès*** *les droites (BC) et (EF) sont parallèles.*



Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.

Ce mémento regroupe l'essentiel du programme de maths au brevet des collèges 2013
*Collège de TERRE-SAINTE © **Pascal DORR***

Pour réviser : <u>www.maths974.fr</u>