Comment rédiger une réponse dite « Mathématique »

Soit une équation du type « $x^2 = a$ » avec a un nombre donné

Propriété qu'on veut démontrer :

Soit a est un nombre strictement positif

Soit x un nombre réel quelconque :

Démontrer que l'équation $x^2 = a$ admet les **2 solutions** $x_1 = \sqrt{a}$ et $x_2 = -\sqrt{a}$

Remarque :

On aurait pu également écrire : « *montrer que cette équation admet 2 solutions : $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$ »*

Comment rédiger cette « propriété »

Hypothèse : Soit un nombre réel a donné strictement positif c'est à dire : **Soit $a > 0$**

Cherchons à calculer les solutions de l'équation $x^2 = a$

	<i>Justifications / explications</i>
$x^2 = a \Leftrightarrow$	
$x^2 - a = 0 \Leftrightarrow$	
$x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0 \Leftrightarrow$	<i>car $a > 0$ on peut poser $a = (\sqrt{a})^2$</i>
$(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) = 0 \Leftrightarrow$	<i>d'après une « identité remarquable »</i>
$x + \sqrt{a} = 0$ ou $x - \sqrt{a} = 0 \Leftrightarrow$	<i>d'après l'équation « Produit nul »</i>
$x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$	

De plus : Comme $a \neq 0$ on a bien $\sqrt{a} \neq -\sqrt{a}$

Conclusion : **Cette équation a bien 2 solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$**

Exemple :

Résoudre l'équation $x^2 = 16$:

$$x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{16})^2 = 0 \Leftrightarrow (x + \sqrt{16})(x - \sqrt{16}) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \text{ ou } x = -\sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -4$$

Autres résultats : à « *comprendre* » et à « *retenir* » :

1. L'équation « $x^2 = 0$ » n'admet **qu'une seule solution** (on a $\sqrt{0} = -\sqrt{0} = 0$)
2. L'équation « $x^2 = a$ » avec un nombre a *négalif* ($a < 0$) **n'a pas de solution** puisque le carré d'un nombre quelconque est toujours positif