I. OPERATIONS SUR LES RELATIFS :

A. MULTIPLICATION.

Règle des signes :

C'est le nombre de **facteurs négatifs** dans un produit qui en fixe le signe.
Un produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est :

- ➔ **Positif** s'il y a un nombre **pair** de facteurs négatifs.
- ➔ **Négatif** s'il y a un nombre **impair** de facteurs négatifs.

Exemples :

$(-7) \times (-5) \times (+2) = (+70)$ $\qquad$ $(-2) \times (-3) \times (-7) = (-42)$

B. DIVISION.

a. Définition :

Le **quotient de a par b** (avec $b \neq 0$) est **<u>le</u>** nombre x qui, multiplié par b donne a.

$b \times x = a$ donc $x = \frac{a}{b}$ (ou a : b)

b. Signe d'un quotient :

Le quotient de deux nombres de même signe est **positif.**

Exemple :

$$\frac{8}{10} = \frac{-8}{-10} = 0,8$$

Le quotient de deux nombres de signes différents est **négatif**.

Exemple :

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

C. INVERSE.

a. Définition :

L'**inverse** d'un nombre relatif x ($x \neq 0$) est le quotient de 1 par x, c'est à dire LE nombre qui, multiplié par x, donne 1. On le note $\frac{1}{x}$ ou x^{-1}.

b. Exemples :

L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$. En effet, $2 \times \frac{1}{2} = 1$.

L'inverse de 1000 est 0,001 (ou $\frac{1}{1000}$). En effet, $1000 \times 0,001 = 1$.

c. Remarques :

➔ 2 est l'inverse de $\frac{1}{2}$ car $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ et 1000 est l'inverse de 0,001.

➔ Diviser un nombre non nul revient **à multiplier par son inverse**.

$$\frac{8}{4} = 8 \times \frac{1}{4} = 8 \times 0,25 = 2$$

8 « divisé par 4 »

8 « multiplié par l'inverse de 4 »

II. NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE :

A. ADDITION ET SOUSTRACTION

a. Si les dénominateurs sont identiques, on n'ajoute que les numérateurs :

Exemples :

$A = \frac{2}{6} + \frac{-7}{6}$

$A = \frac{2+(-7)}{6}$

$A = \frac{2-7}{6}$

$A = \frac{-5}{6}$

$B = \frac{-9}{4} - \frac{3}{4}$

$B = \frac{-9-3}{4}$

$B = \frac{-12}{4}$

$B = -3$ (simplification)

b. Sinon, on transforme **l'une des deux fractions** pour obtenir le même dénominateur :

$$C = \frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{3\times2}{5\times2} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{6+7}{10} = \frac{13}{10}$$

c. Et dans tous les autres cas, on transforme **les deux fractions** pour obtenir le même dénominateur (on cherche un **dénominateur commun**, le plus petit possible) :

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = ?$$

Le plus petit nombre multiple de 6 et de 4 à la fois est 12 ($12 = 6 \times 2$ et $12 = 4 \times 3$).
Donc :

$$D = \frac{5\times2}{6\times2} + \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$$

B. MULTIPLICATION

Dans tous les cas, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}}$$

Exemple :

$$E = \frac{-3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{-3\times10}{5\times7} = \frac{-30}{35} = \frac{-6}{7}$$

C. INVERSE

L'inverse d'une fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$. En effet, $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a\times b}{b\times a} = \frac{ab}{ab} = 1$.

Exemples :

L'inverse de $\frac{-2}{5}$ est $-\frac{5}{2}$

L'inverse de $\frac{1}{2}$ est $\frac{2}{1}$ (c'est à dire 2)

D. DIVISION

Diviser par un nombre revient multiplier par son inverse.

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Exemple :

$$F = \frac{\frac{7}{-5}}{\frac{3}{-4}} = \frac{7}{-5} : \frac{3}{-4} = \frac{7}{-5} \times \frac{-4}{3} = \frac{7\times(-4)}{(-5)\times3} = \frac{28}{15}$$

III. PUISSANCE ENTIERE D'UN NOMBRE RELATIF :

A. PUISSANCES DE 10.

a. Définition :

n désigne toujours un nombre **entier positif** non nul.

➔ On note 10^n le produit de *n* facteurs tous égaux à 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{\ldots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$ (« 1 » puis « 5 zéros »)

$10^9 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000\,000$ (« 1 » et « 9 zéros »)

$10^1 = 10$

Attention : Par **convention** $\boxed{10^0 = 1}$

➔ On note 10^{-n} l'inverse de 10^n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}} = 0,\underbrace{0\ldots01}_{n \text{ chiffres}}$$

Exemple :

$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$

$10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \frac{1}{1000\,000\,000} = 0,000\,000\,001$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

b. Règles de calcul :

n et *m* sont deux nombres **entiers positifs** non nuls.

PRODUIT	INVERSE	QUOTIENT
$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$	$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
Exemple : $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$	***Exemple :*** $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$	***Exemple :*** $\frac{10^7}{10^4} = 10^{7-4} = 10^3$

c. Notation scientifique d'un nombre.

On dit qu'un nombre est **en notation scientifique** lorsqu'il est écrit sous la forme « $\mathbf{a \times 10^n}$ » où **a** est inférieur à 10 et **n** est un entier positif ou négatif.

Exemple :

Le nombre 1 234,5 peut s'écrire :

➔ $12\,345 \times 10^{-1}$

➔ $1\,234,5 \times 1$

➔ $123,45 \times 10^1$

➔ $12,345 \times 10^2$

➔ $\mathbf{1,2345 \times 10^3}$ ← **NOTATION SCIENTIFIQUE de 1 234,5**

➔ $0,12345 \times 10^4$

B. PUISSANCE ENTIERE D'UN NOMBRE RELATIF.

a. Définition :

n désigne toujours un nombre **entier positif** non nul et a est un nombre relatif.

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\textit{avec } a \neq 0)}$$

CAS PARTICULIERS	$a^0 = 1$	$a^1 = a$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$1^n = 1$	$0^n = 0$

Exemples :

➔ $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

b. Règles de calcul :

n et *m* sont deux nombres **entiers positifs** non nuls.

PRODUIT	INVERSE	QUOTIENT	PUISSANCE DE PUISSANCE
$\mathbf{a^m \times a^n = a^{m+n}}$	$\mathbf{\frac{1}{a^n}}$	$\mathbf{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$	$\mathbf{(a^m)^n = a^{m \times n}}$
Exemple : $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$	***Exemple :*** $\frac{1}{a^7} = a^{-7}$	***Exemple :*** $\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3}$	***Exemple :*** $(a^4)^5 = a^{4 \times 5} = a^{20}$