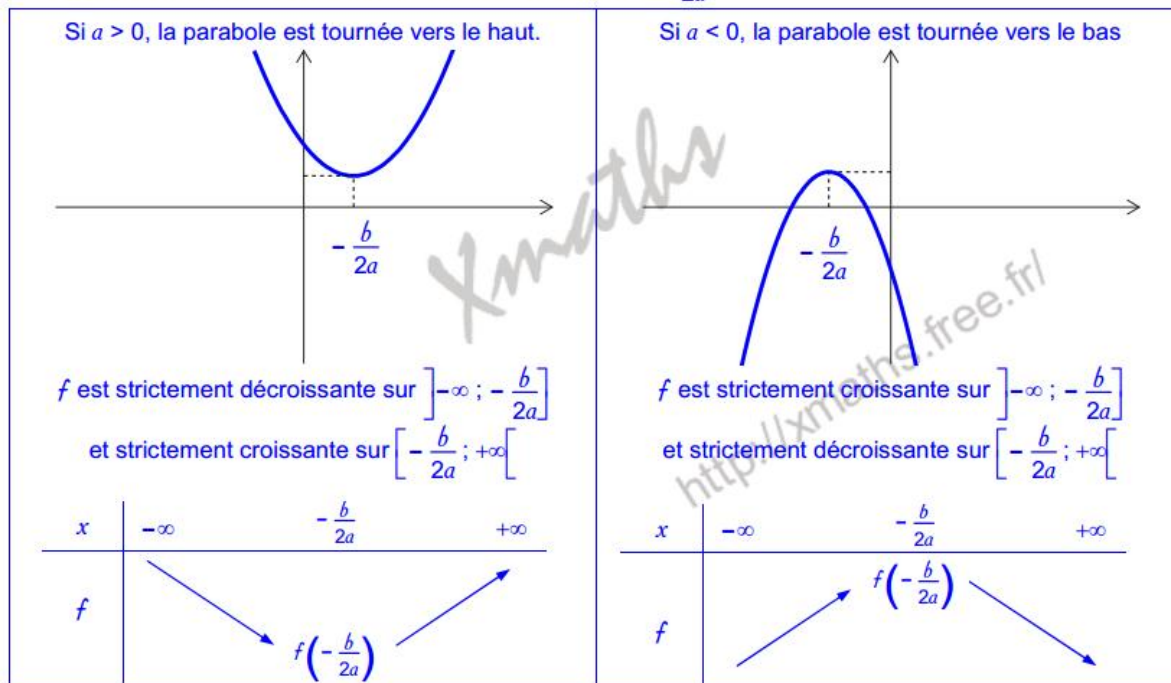


Fonction du second degré (fiche n°1 à apprendre par cœur)

La représentation graphique d'une fonction trinôme définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ est une parabole.
Son sommet a pour abscisse $-\frac{b}{2a}$ et pour ordonnée $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

La parabole a pour axe de symétrie la droite d'équation $x = -\frac{b}{2a}$



Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

il faut calculer le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

(le signe de Δ permet de savoir si la parabole croise l'axe des abscisses)

1) si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$

l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a 2 solutions (2 racines) qui sont :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser l'expression $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

2) si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$

l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a 1 seule solution (1 racine) qui est : $x_0 = \frac{-b}{2a}$

et on peut factoriser l'expression $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$

3) si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$

l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution

(la parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$ ne croise pas l'axe des abscisses et « son signe est constant »)

Si $a > 0$ alors $f(x) = ax^2 + bx + c > 0$ pour toutes les valeurs de x

Si $a < 0$ alors $f(x) = ax^2 + bx + c < 0$ pour toutes les valeurs de x

Exemples : RESOUDRE LES équations

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times (1) \times (-3) = 4 + 12 = 16 \text{ et comme } \Delta > 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

De plus on peut factoriser : $x^2 - 2x - 3 = (1)(x - x_1)(x - x_2) = (x - (-1))(x - 3) = (x + 1)(x - 3)$

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \\ c = 8 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 2 \times 8 = 64 - 64 = 0$$

L'équation $2x^2 + 8x + 8 = 0$ a UNE SEULE solution qui est $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \times 2} = \frac{-8}{4} = -2$

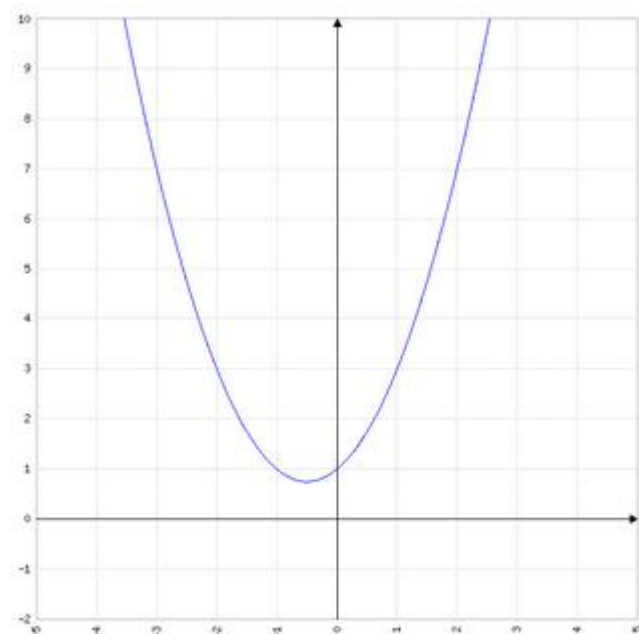
De plus on peut factoriser : $2x^2 + 8x + 8 = 2(x - x_0)^2 = 2(x - (-2))^2 = 2(x + 2)^2$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = 1 - 4 = -3 < 0$$

L'équation $x^2 + x + 1 = 0$ n'a pas de solution
et pour $x \in]-\infty, +\infty[$ on a : $x^2 + x + 1 > 0$



Fonction du second degré (ETUDE du signe de l'expression ax^2+bx+c)

On considère le trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Soit Δ son discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta < 0$, le trinôme n'a pas de racines. Le trinôme ne peut pas se factoriser.
Le trinôme est toujours du signe de a .
On peut donner son signe dans le tableau :

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $ax^2 + bx + c$	signe de a	

- Si $\Delta = 0$, le trinôme a une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}$.
Le trinôme peut se factoriser sous la forme $f(x) = a(x - x_0)^2$
Le trinôme est du signe de a sauf en x_0 où il s'annule.
On peut donner son signe dans le tableau :

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe de $ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de a

- Si $\Delta > 0$, le trinôme a deux racines x_1 et x_2 qui sont égales à : $-\frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $-\frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
Le trinôme peut se factoriser sous la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
Le trinôme est du signe de $-a$ lorsque x est entre les racines
et du signe de a lorsque x est à l'extérieur des racines.
On peut donner son signe dans le tableau : (en supposant que $x_1 < x_2$)

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
signe de $ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a