Soit $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0;1)$, a et b deux nombres réels tels que $0 \le a < b$.

On note $P(X \le a) = \Phi(a)$ et $P(X \le b) = \Phi(b)$.

Exprimer en fonction de $\Phi(a)$ et/ou $\Phi(b)$ les probabilités suivantes.

On pourra s'aider d'un dessin.

$P(a \le X \le b)$	$P(0 \le X \le b)$	$P(-a \le X \le a)$	$P(X < a)$
$P(X > b)$	$P(X \in [-b;-a] \cup [a;b])$	$P(X > -b)$	$P((X > -a) \cap (X < b))$

Solutions :

$P(a \le X \le b)$ $= \Phi(b) - \Phi(a)$	$P(0 \le X \le b)$ $= \Phi(b) - \frac{1}{2}$	$P(-a \le X \le a)$ $= 2 \times P(0 \le X \le a)$ $= 2\left[\Phi(a) - \frac{1}{2}\right]$ $= 2\Phi(a) - 1$	$P(X < a)$ $= \Phi(a)$
$P(X > b)$ $= 1 - \Phi(b)$	$P(X \in [-b;-a] \cup [a;b])$ $= 2 \times P(a \le X \le b)$ $= 2[\Phi(b) - \Phi(a)]$	$P(X > -b)$ $= P(X < b)$ $= \Phi(b)$	$P((X > -a) \cap (X < b))$ $= P(-a < X < b)$ $= P(X < b) - P(X < -a)$ $= \Phi(b) - P(X > a)$ $= \Phi(b) - [1 - \Phi(a)]$ $= \Phi(a) + \Phi(b) - 1$

Remarque : cet exercice n'utilise que des propriétés de symétrie et d'aire. On peut l'étendre à une variable non centrée en 0.