

**Théorème 1.** Dérivées des fonctions simples :

Soit  $f$  une fonction définie sur  $D_f$ , dérivable sur  $D_{f'}$  et  $f'$  sa fonction dérivée.

$f(x) = k$	$\rightarrow f'(x) = 0.$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$
$f(x) = x$	$\rightarrow f'(x) = 1.$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$\rightarrow f'(x) = 2x.$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$\rightarrow f'(x) = 3x^2.$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$
$f(x) = x^n$	$\rightarrow f'(x) = n x^{n-1}.$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$\rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D_f = ]0; +\infty[$ et $D_{f'} = ]0; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ et $D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
$f(x) = \cos x$	$\rightarrow f'(x) = -\sin x$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$\rightarrow f'(x) = \cos x$	$D_f = \mathbb{R}$ et $D_{f'} = \mathbb{R}$

**Théorème 2.** Dérivées des fonctions composées :

Soient  $u$  et  $v$  deux fonction définies et dérivables sur un même intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ ,  $k$  un nombre réel et  $n$  un nombre entier non nul. Alors, on a le formulaire de dérivation suivant pour les fonctions composées :

1°) $(u+v)' = u' + v'$	5°) $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$ pour $v(x) \neq 0$
2°) $(k u)' = k u'$	6°) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ pour $v(x) \neq 0$
3°) $(uv)' = u'v + uv'$	7°) $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ pour $u(x) > 0$
4°) $(u^n)' = n u' u^{n-1}$ ( $n \neq 0$ )	8°) $[\cos(u)]' = -u' \sin(u)$
4bis) $(u^2)' = 2 u' u$	9°) $[\sin(u)]' = u' \cos(u)$
4ter) $(u^3)' = 3 u' u^2$	

## 5 Calcul d'une équation de la tangente à une courbe en un point :

### Propriété 8

Si  $f$  est une fonction définie et dérivable sur un intervalle  $I$  contenant le réel  $a$ , alors une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse  $a$  est :

$$y = f(a) + f'(a)(x - a).$$

### Exemples :

- 1) Soit  $T$  la tangente à la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  au point d'abscisse 2 .  
 Une équation de  $T$  est :  $y = f(2) + f'(2)(x - 2)$   
 - on calcule d'abord  $f(2)$  :  $f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = 4 - 6 + 1 = -1$ .  
 - on dérive  $f$  :  $f'(x) = 2x - 3$ .  
 - on en déduit la valeur de  $f'(2)$  :  $f'(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$ .  
 Une équation de  $T$  est donc :  $y = -1 + (1)(x - 2) \Leftrightarrow y = x - 3$

- 2) Soit  $T$  la tangente à la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$  au point d'abscisse  $-1$  .  
 Une équation de  $T$  est :  $y = f(-1) + f'(-1)(x - (-1)) \Leftrightarrow y = f(-1) + f'(-1)(x + 1)$   
 - on calcule d'abord  $f(-1)$  :  $f(-1) = \frac{2(-1) - 1}{-1 + 3} = -\frac{3}{2}$ .  
 - on dérive  $f$  :  $f'(x) = \frac{2 \cdot (x + 3) - (2x - 1) \cdot 1}{(x + 3)^2} = \frac{2x + 6 - 2x + 1}{(x + 3)^2} = \frac{7}{(x + 3)^2}$ .  
 - on en déduit la valeur de  $f'(-1)$  :  $f'(-1) = \frac{7}{(-1 + 3)^2} = \frac{7}{4}$ .  
 Une équation de  $T$  est donc :  $y = -\frac{3}{2} + \frac{7}{4}(x + 1) \Leftrightarrow y = -\frac{6}{4} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{4} \Leftrightarrow y = \frac{7}{4}x + \frac{1}{4}$