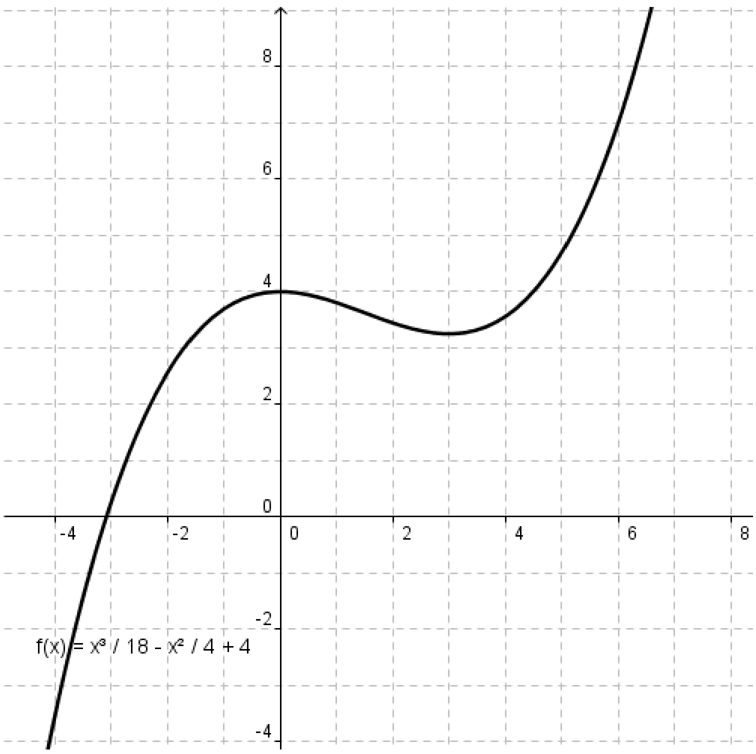
ILLUSTRATION GRAPHIQUE : Tracer la courbe de **la fonction dérivée** dôune fonction f donnée

Lôobjectif de ce document est dôexpliquer ce que représente **la fonction dérivée** de la fonction f définie par lôexpression $f(x) = \frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{4} + 4$ (on va tracer cette fonction sur lôintervalle $[-4\ ,\ 7]$ mais les explications de ce document sont valables en tout point où la fonction f est dérivable)

Ce document illustre la notion de tangente aux points de la courbe C_f de la fonction f

1) Trace SUR TA CALCULATRICE la courbe de la fonction *f sur [-4 , 7]* (*courbe* C_f)



2) Calcule la fonction dérivée de f *(manuellement sur une feuille de papier ou avec ta calculatrice)*. Tu dois obtenir :

$$f'(x) = \left(\frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{4} + 4\right)' = \left(\frac{x^3}{18}\right)' - \left(\frac{x^2}{4}\right)' + (4)' = \frac{3x^2}{18} - \frac{2x}{4} + 0 = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = \frac{1}{6}\left(x^2 - 3x\right)$$

3) Trace SUR TA CALCULATRICE la courbe de la fonction *f ô sur [-4 , 7]* (*courbe* $C_{f'}$)

4) UTILISE le logiciel Géogébra sur ton ordinateur
bien sûr si ce logiciel fonctionne sur ton ordinateur. Si tu as des problèmes avec le logiciel Géogébra sur ton ordinateur, tu peux me contacter pour résoudre ce problèmeé ...

Pour accéder au logiciel «Géogébra» sur TON ORDINATEUR :
clique sur le lien qui sôappelle «Figure Géogébra», qui est dans la fenêtre internet précédente.

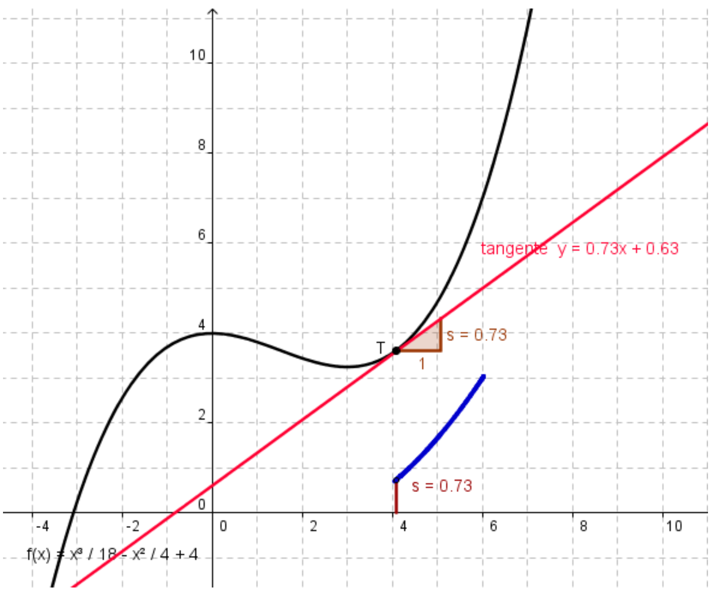
Une nouvelle fenêtre internet avec un graphique Géogébra va sôouvrir
ET tu vas pouvoir tracer la courbe de ***fô*** en déplaçant avec la souris le point **T** sur la courbe de *f*

Cette nouvelle fenêtre internet «Géogébra» a un titre en en Anglais : *Slope and Derivative of a Function*.
(voir les explications ci-dessous).

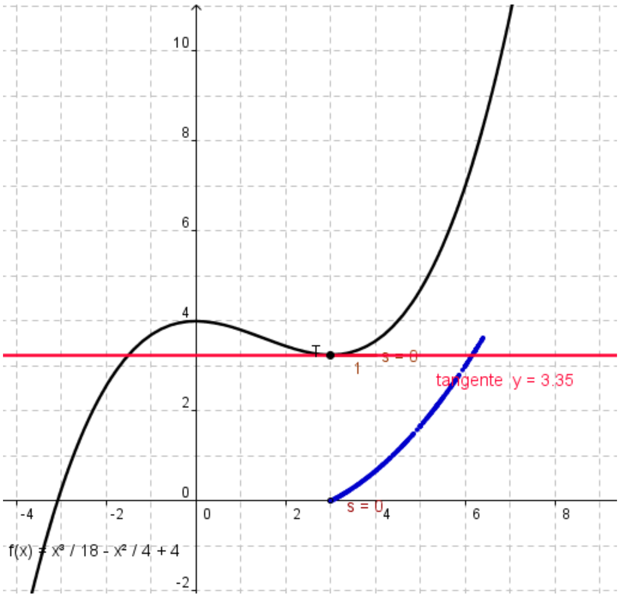
Sur le graphique Géogébra, tu peux déplacer le point **T** sur la courbe C_f en cliquant sur le point **T** et en déplaçant la souris. Tu vas alors tracer **en bleu** la courbe qui représente ***f ô*** (au niveau Géogébra côest la trace du point **S** qui a pour coordonnées $(x_0, f'(x_0))$). Essaie de Justifier par un calcul : pourquoi la trace du point **S** permet de construire la courbe de ***fô***
Indication : Cette trace est basée sur le fait que $f'(x_0)$ est la pente de la tangente à C_f au point **T**$(x_0, f(x_0))$

Voici 4 graphiques que tu peux obtenir avec le logiciel Géogébra, après avoir déplacé avec la souris le point T de C_f (il faut que tu ouvres le logiciel Géogébra avec lôoption «Figure Géogébra» qui est dans la fenêtre internet précédente et qui sôappelle «Lycée Dérivation».

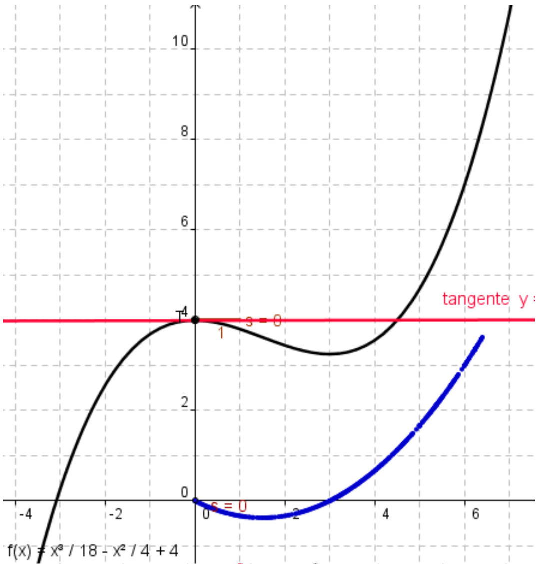
N°1



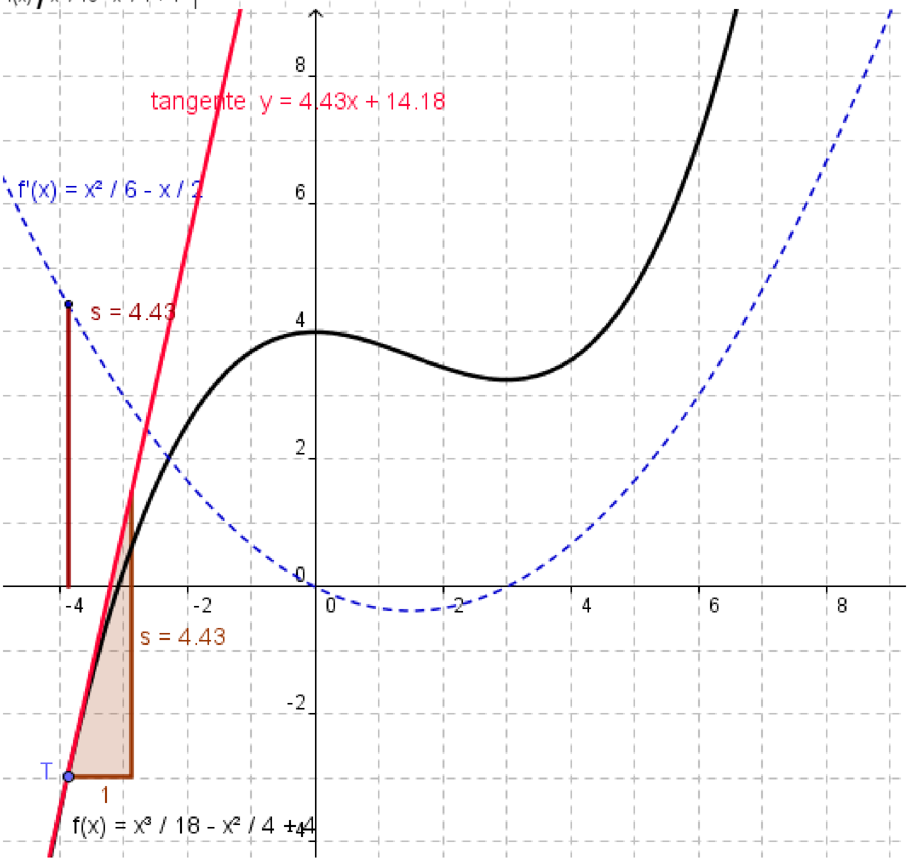
N°2


tangente y = 3.35
s = 0
$f(x) = x^3 / 18 - x^2 / 4 + 4$

N°3


tangente y
s = 0
$f(x) = x^3 / 18 - x^2 / 4 + 4$

N°4


tangente y = 4.43x + 14.18
$f'(x) = x^2 / 6 - x / 2$
$f(x) = x^3 / 18 - x^2 / 4 + 4$

EXPLICATIONS

La valeur de la fonction fô en x_0 représente la pente de la tangente au point $\mathbf{T}\left(x_0, f(x_0)\right)$ de la courbe C_f *(bien sûr si la fonction f est dérivable en* $\boldsymbol{x_0}$*)*

A RETENIR

En un point $\mathbf{T}\left(\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{f(x_0)}\right)$ de $\boldsymbol{C_f}$ lôéquation de la tangente est $\boldsymbol{y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)}$

Question : Peux-tu justifier le calcul suivant ?

$$f'(x) = \left(\frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{4} + 4\right)' = \left(\frac{x^3}{18}\right)' - \left(\frac{x^2}{4}\right)' + (4)' = \frac{3x^2}{18} - \frac{2x}{4} + 0 = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = \frac{1}{6}\left(x^2 - 3x\right)$$

<u>Calcul des coordonnées du point S</u> (côest-à-dire des *coordonnées* $(x_0, f'(x_0))$)

1) Au point $\mathbf{T}(6, f(6))$ de C_f

- $x_0 = 6$ *alors* $f(x_0) = f(6) = \frac{6^3}{18} - \frac{6^2}{4} + 4 = 12 - 9 + 4 = 7$
- $x_0 = 6$ *alors* $f'(x_0) = f'(6) = \frac{6^2}{6} - \frac{6}{2} = 6 - 3 = 3$

Lôéquation de la tangente à C_f au point $\mathbf{T}(6, f(6) = 7)$ est : $y - 7 = 3 \times (x - 6)$ donc $y = 3x - 11$
et le point S a pour coordonnées $(6, f'(6) = 3)$

2) Au point $\mathbf{T}(3, f(3))$ de C_f

- $x_0 = 3$ *alors* $f(x_0) = f(3) = \frac{3^3}{18} - \frac{3^2}{4} + 4 = \frac{3}{2} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{(2 \times 3) - 9 + (4 \times 4)}{4} = \frac{13}{4} = 3{,}25$
- $x_0 = 3$ *alors* $f'(x_0) = f'(3) = \frac{3^2}{6} - \frac{3}{2} = \frac{9}{6} - \frac{3}{2} = 0$

Lôéquation de la tangente à C_f au point $\mathbf{T}(3, f(3) = 3{,}25)$ est: $y - 3{,}25 = 0 \times (x - 3)$ donc $y = 3{,}25$
et le point S a pour coordonnées $(3, f'(3) = 0)$

3) Au point $\mathbf{T}(0, f(0))$ de C_f

- $x_0 = 0$ *alors* $f(x_0) = f(0) = \frac{0^3}{18} - \frac{0^2}{4} + 4 = 0 - 0 + 4 = 4$
- $x_0 = 0$ *alors* $f'(x_0) = f'(0) = \frac{0^2}{6} - \frac{0}{2} = 0 - 0 = 0$

Lôéquation de la tangente à C_f au point $\mathbf{T}(0, f(0) = 4)$ est : $y - 4 = 0 \times (x - 0)$ donc $y = 4$
et le point S a pour coordonnées $(0, f'(0) = 0)$

CONCLUSION

On vient de calculer et de tracer sur $[-4, 7]$ la «*fonction dérivée*» dôune fonction f donnée

Dans ce document on a pris comme exemple la fonction f définie par $f(x)=\frac{x^3}{18}-\frac{x^2}{4}+4$

et donc on a : $f'(x)=\frac{x^2}{6}-\frac{x}{2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$

IMPORTANT A RETENIR

Si la fonction f est dérivable en x_0

lôéquation de la tangente à C_f au point de coordonnées $(x_0, f(x_0))$ est :

$$\boldsymbol{y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)}$$

<u>Remarque</u> :

Si en un point de la courbe de C_f côest-à-dire en un point de coordonnées $\left(x_0, f(x_0)\right)$

on a $f'(x_0)=0$ **alors la tangente en ce point est horizontale**.