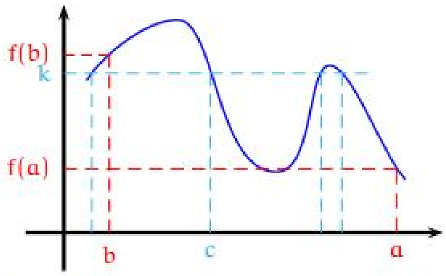
Fonctions continues : THEOREME DE LA BIJECTION

Théorème des valeurs intermédiaires



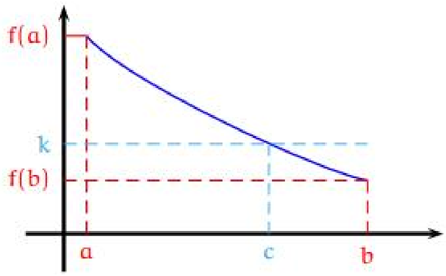
Soit f une fonction continue sur un intervalle I et soient a et b deux réels de I.

Pour tout réel k compris entre f(a) et f(b),

il existe au moins un réel c compris entre a et b

tel que $f(c) = k$.

Fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle



Soient a et b deux réels tels que $a < b$.

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur $[a, b]$.

Pour tout réel k compris entre f(a) et f(b),

l'équation $f(x) = k$ a une solution unique dans $[a, b]$.

<u>Exercice n° 1</u> (facile : afin de travailler la rédaction) :

$f(x) = x^3 + x + 1$ $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-1 ; 0]$

<u>Exercice n° 1</u> (MEME EXERCICE QUE LE PRECEDENT AVEC UN ENONCE PLUS DIIFICILE…..)

Soit l'équation $x^3 + x + 1 = 0$ avec $x \in \mathbb{R}$

Montrer que cette équation admet une seule solution et trouver un encadrement à l'unité près de cette solution

<u>Exercice n° 2</u> :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x + 1$

Prouver qu'il existe un unique réel α sur $[-1 ; 1]$ tel que $f(\alpha) = 2$ et déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près

<u>Piste de travail</u> :
Pour montrer que cette fonction est décroissante sur $[-1 ; 1]$,
il faut étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1 ; 1]$ et donc il il faut étudier le signe d'une fonction polynôme du second degré….