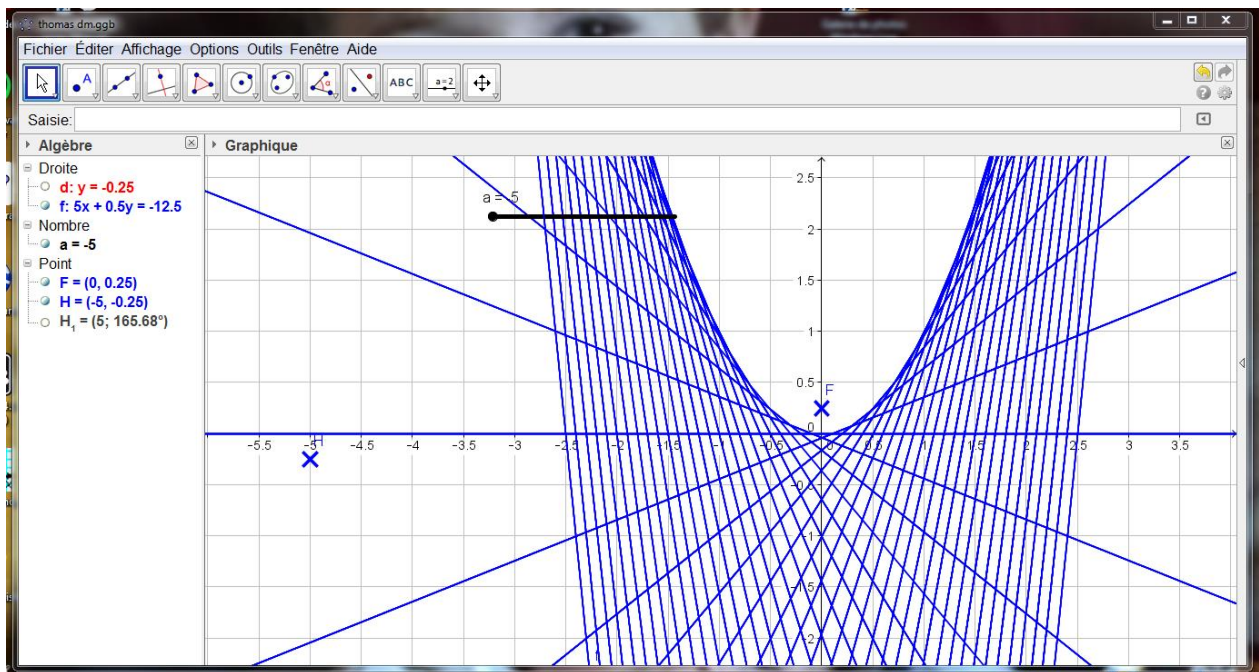


DM GEOGEBRA CORRECTION**PARTIE GEOGEBRA**

Dans le fichier Géogébra que tu m'as envoyé j'ai corrigé l'erreur dans le point H que tu as créé

Tu as tapé $H = (a, (-1)/4)$ au lieu de $H = (a, -0.25)$

Voir dans les propriétés du point H_1 dans le fichier Géogébra qui est joint dans mon E-mail

En corrigeant cette erreur : on voit que la médiatrice T du segment $[FH]$ (via la trace) décrit une parabole

PARTIE THEORIQUE

1) La parabole $y = x^2$ est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = x^2$

L'équation de la tangente à cette courbe au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a) \Leftrightarrow y = 2a(x - a) + a^2 \Leftrightarrow y = 2ax - a^2$$

2) $A : \left(a ; a^2 \right) \quad F : \left(0 ; \frac{1}{4} \right)$

le point H est le projeté orthogonal du point A sur la droite d d'équation $y = -0,25$

donc le point H a pour coordonnées $\left(a ; -0,25 \right) \Leftrightarrow \left(a ; -\frac{1}{4} \right)$

donc les coordonnées du vecteur $\vec{FH} \left(a - 0 ; -\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right)$ c'est à dire $\left(a ; -\frac{1}{2} \right)$

1) On peut facilement démontrer que la droite d'équation $y = 2ax - a^2$ est orthogonale au vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(2a ; -1)$

Et comme $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{FH}$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{FH}$ sont colinéaires

donc la droite d'équation $y = 2ax - a^2$ est orthogonale au vecteur $\vec{FH}$

2) On peut facilement démontrer que la droite d'équation $y = 2ax - a^2$ passe par le point I milieu du segment $[FH]$

car comme $F : \left(0 ; \frac{1}{4}\right)$ et $H : \left(a ; -\frac{1}{4}\right)$

on peut facilement calculer les coordonnées du point I milieu du segment $[FH]$

$$I : \left(\frac{0+a}{2} ; \frac{\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right)}{2} \right) \Leftrightarrow I : \left(\frac{a}{2} ; 0 \right)$$

Et on a bien $y_I = 2a x_I - a^2$ donc $I \in d$

CONCLUSION : la droite d'équation $y = 2ax - a^2$ est bien la médiatrice du segment $[FH]$