

EXERCICE sur le produit scalaire : « Puissance d'un point par rapport à un cercle »
Énoncé de l'exercice

Soit un cercle \mathcal{C} quelconque de centre le point O et de rayon r

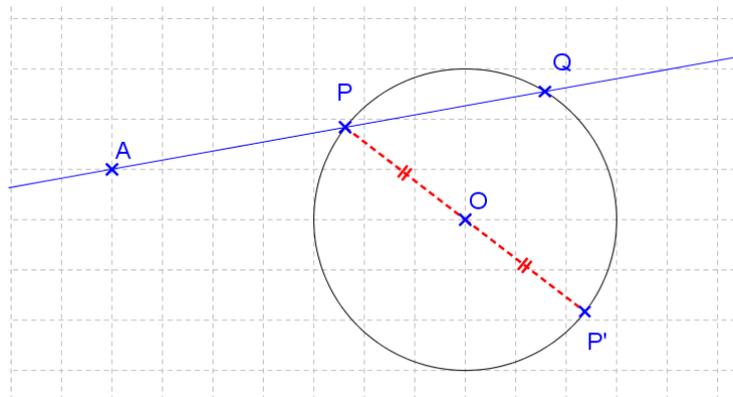
et soit un point A « qui est extérieur au cercle \mathcal{C} »

et soit une droite (quelconque) qui passe par A et qui coupe ce cercle \mathcal{C} en 2 points P et Q

Enfin soit le point P' du cercle \mathcal{C} qui est diamétralement opposé au point P

(le segment $[P, P']$ est un diamètre du cercle \mathcal{C})

Voici une figure « possible » de cet énoncé


Questions

1) Montrer que

$$\vec{AP} \cdot \vec{AQ} = \vec{AP} \cdot \vec{AP'}$$

2) En utilisant la relation de Chasles (2 fois) avec le vecteur \vec{AO}

montrer que $\vec{AP} \cdot \vec{AP'} = AO^2 - r^2$

3) En déduire que $\vec{AP} \cdot \vec{AQ} = AO^2 - r^2$ et que peut-on conclure ?