CORRECTION de ces exercices **dôentrainement** sur le second degré

(Le 15 octobre 2013)

Exercice 1 (Forme canonique)

1. f(x) a pour forme canonique : $2[(x-2)^2 - 1]$

2. f(x) a pour forme canonique : $-(x+(1/3))^2$

3. f(x) a pour forme canonique : $5/2[(x+3)^2 + 3]$

Exercice 2 (Résolution dôune équation du second degré)

1. $\Delta < 0$ donc $-x^2 + 6x - 10 = 0$ n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$

2. $\Delta > 0$ donc $x^2 + 4x - 21 = 0$ admet deux racines réelles $x_1 = \left(-b-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$ et $x_2 = \left(-b+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$
$S = \{-7;3\}$

3. $\Delta = 0$ donc $9x^2 + 6x + 1 = 0$ admet une racine double $x = \frac{-b}{2a}$
$S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

Exercice 3 (Factorisation)

1. $\Delta > 0$ donc $x^2 + 4x - 21$ se factorise en : $(x+7)(x-3)$.

2. $\Delta = 0$ donc $8x^2 + 8x + 2$ se factorise en : $8\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

3. $\Delta < 0$ donc $-3x^2 + 7x - 8$ ne se factorise pas

Exercice 4 (Etude du signe)

1. $\Delta = 0$ donc $8x^2 + 8x + 2$ est du signe de a donc $8x^2 + 8x + 2$ est positif ou nul

2. $\Delta < 0$ donc $2x^2 - 3x + 2$ est strictement du signe de a donc $2x^2 - 3x + 2$ est positif.

3. $\Delta > 0$ donc $-x^2 - 3x + 10$ est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de - a à l'intérieur.
Or $-x^2 - 3x + 10$ admet comme racines 2 et - 5
Donc $-x^2 - 3x + 10 > 0$ lorsque x appartient à $]-5\,;2[$
$-x^2 - 3x + 10 < 0$ lorsque x appartient à $]-\infty; -5[\,\cup\,]2\,; +\infty[$
$-x^2 - 3x + 10 = 0$ lorsque $x = -5$ ou $x = 2$
$f_3(-7) < 0$, $f_3(1/2) > 0$ et $f_3(148) < 0$

Exercice 5 (Résolution dÕune inéquation du second degré)

1. Δ< 0 donc 2x² - 3x + 2 est strictement du signe de a donc 2x² - 3x + 2 est positif. Donc $S=\varnothing$

2. Δ= 0 donc 8x² + 8x + 2 est du signe de a donc 8x² + 8x + 2 est positif ou nul. Donc $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

3. Δ> 0 donc -x² -3x + 10 est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de - a à l'intérieur.
Or -x² -3x + 10 admet comme racines 2 et - 5.Donc $S=]-\infty;-5[\cup]2;+\infty[$

Exercice 6 (Somme et Produit des racines)

1. **Résoudre mentalement les équations suivantes :**
a) $3x^2+7x-10=0$
$\boxed{x=1}$
b) $2x^2+9x+7=0$
$\boxed{x=-1}$

2. **Vérifier que 2 est racine de l'équation** $x^2+11x-26=0$
On remplace $x$par 2, si le polynôme s'annule 2 est bel et bien une racine de l'équation ci-dessus.
$(2)^2+11\times 2-26$
$=4+22-26$
$=0$
<u>Quelle est l'autre racine ?</u>
Dans le cas d'un polynôme du second degré de type ax^2+bx+c, le produit des deux racines et de $a$vaut c, autrement dit : $\alpha_1\times\alpha_2\times a=c$.

Ici on a $\alpha_1=2, a=1, c=-26$, par conséquent $\boxed{\alpha_2=-13}$

3. **Écrire une équation du second degrè admettant les nombres 3 et -5 pour racines.**
Le polynôme recherché admet pour racines $a$et b, il est alors factorisable en
$P(x)=(x-a)(x-b)g(x)$, avec $g(x)$un autre polynôme de degré Deg(P)-2 . Ici comme le polynôme P est de degré 2, on peut le mettre sous la forme : $k(x-3)(x+5)$, soit $kx^2+2kx-15k=0$. Par exemple avec $k=1$, on a : $x^2+2x-15=0$. Et 3 et -5 sont des racines évidentes de cette équation.

4. **Existe-t-il deux nombres ayant pour somme 9 et pour produit -70 ? Si oui, les calculer.**
On doit résoudre le système d'équations suivant :
$$\begin{cases} x+y= & 9 \\ x\times y= & -70 \end{cases}$$
On isole une des deux variables de la deuxième équation, puis on la remplace dans la première, ce qui aboutit à une équation du deuxième degré que l'on pourra résoudre :
$x\times y=-70$
$x=\frac{-70}{y}$ On remplace $x$dans la première ligne du système :

$\frac{-70}{y} + y = 9$

$\frac{y^2 - 70}{y} = 9$

$y^2 - 70 = 9y$

$y^2 - 9y - 70 = 0$

On remarque que ce polynôme aurait bien pu admettre comme variable x, après avoir effectué le discriminant, on aura 2 racines qui correspondront à $x$et y(peu importe).

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-9)^2 - 4(1 \times -70)$

$\Delta = 81 + 280$

$\Delta = 361$

$\alpha_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\alpha_1 = \frac{9 - 19}{2}$

$\boxed{\alpha_1 = -5}$

$\alpha_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\alpha_2 = \frac{9 + 19}{2}$

$\boxed{\alpha_2 = 14}$

On en conclut que le couple $(x; y)$est associé au couple de solution (-5 ; 14).