Equation « réduite » dâune droite dans un repère du plan

Cette « fiche de maths » a pour objet de d'expliquer la façon la plus simple de déterminer :
l'équation réduite d'une droite de la forme y = mx + p
en connaissant les coordonnées de deux points de cette droite*.*
Remarque : La méthode est assortie d'un exemple et propose une démonstration mais n'explique ce qu'est une équation de droite….

Pour déterminer l'équation réduite d'une droite passant par deux points **A** et **B** dont on connait les coordonnées respectives **A(x_A : y_A)** et **B(x_B : y_B)** avec $x_A \neq x_B$, il faut simplement chercher à calculer les valeurs de ***m*** et de ***p*** dans l'équation réduite qui est de la forme ***y = mx + p***

La valeur de ***m*** *« le coefficient directeur »* : est donnée par l'application de la formule $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

quand $x_A \neq x_B$ c'est-à-dire quand $x_B - x_A \neq 0$

Pour déterminer ***p*** *«l'ordonnée à l'origine» :* il suffit de résoudre l'équation d'inconnue ***p*** :
$\boldsymbol{y_A = mx_A + p}$ c'est-à-dire $\boldsymbol{p = y_A - mx_A}$

Remarque :
Dans le cas où $x_A = x_B$ l'équation réduite de la droite (AB) EST simplement $\boldsymbol{x = x_A}$

Exemple :
Les points A et B ont pour coordonnées A(-1;3) et B(2;-3). Déterminer l'équation de (AB).

La droite (AB) a pour équation : y = mx + p

Calcul de *m* : $m = \dfrac{-3-3}{2-(-1)} = \dfrac{-6}{3} = -2$

Calcul de ***p*** :
p est solution de l'équation $\boldsymbol{y_A = mx_A + p}$ soit en remplaçant $\boldsymbol{y_A}$, $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{x_A}$

3=-1×(-2)+p
p=3-2
p=1

La droite (AB) a donc pour équation y =-2x+1

Démonstration :
A et B appartenant tous deux à la droite (AB) dont l'équation réduite est de la forme ***y = mx+ p***
où ***m et p*** sont solutions du système de 2 équations à 2 inconnues :
$$\begin{cases} \boldsymbol{y_A = mx_A + p} & (1) \\ \boldsymbol{y_B = mx_B + p} & (2) \end{cases}$$
En soustrayant une ligne à l'autre **(2)-(1)** on obtient :
$y_A - y_B = (mx_A + p) - (mx_B + p)$ et on obtient $y_A - y_B = m(x_A - x_B)$

ET comme $x_B - x_A \neq 0$ on obtient : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Pour déterminer ***p***, il faut terminer la résolution du système en utilisant **(1)** : $\boldsymbol{y_A = mx_A + p}$

Exercice d'entrainement *: Calculer l'équation réduite d'une droite* ***par DIFFERENTES METHODES***

Soit $\left(\mathrm{O}, \vec{\mathrm{i}}, \vec{\mathrm{j}}\right)$ un repère du plan

Soit 2 points du plan de coordonnées dans ce repère **A** :$(\, x_A = 3, y_A = -1\,)$ et **B** : $(\, x_B = 1, y_B = 5\,)$

Question 1

Calculer l'équation réduite de la droite (AB) en posant $y = ax + b$ et en résolvant un système de 2 équations à 2 inconnues qui sont a a et b en écrivant que le point $\mathrm{A} \in (\mathrm{AB})$ et que le point $\mathrm{B} \in (\mathrm{AB})$

Question 2

Soit **M** un point quelconque de ce plan de coordonnées **M** :$(\, x, y\,)$

2.1) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{\mathrm{AB}}$ et les coordonnées du vecteur $\vec{\mathrm{AM}}$

2.2) Retrouver l'équation réduite de la droite (AB) en calculant la relation qu'on obtient entre x et y pour l'ensemble des points **M** tels que les vecteurs $\vec{\mathrm{AB}}$ et $\vec{\mathrm{AM}}$ **sont colinéaires**

2.3) D'après la question précédente : déduire LA définition de la droite (AB) en utilisant des vecteurs

Question 3

Répondre de nouveau aux questions **1** et **2** en prenant 2 autres points du plan :

A :$(\, x_A = 3, y_A = -1\,)$ et **B** : $(\, x_B = 3, y_B = 5\,)$