

## Exercice n° 32 ( chapitre : les **STATISTIQUES** niveau classe 1S , niveau **DIFFICILE** )

### MODIFICATION D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

---

Un professeur a relevé les notes de ses élèves à un DST :

10; 11; 11; 9; 8; 8; 11; 12; 14; 8; 9; 10; 10; 11; 14; 13; 12; 11; 9; 10; 13; 12; 12; 11; 9

1. Présenter ces résultats sous forme d'un tableau des effectifs.
2. Calculer la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles de cette série statistique.
3. Trouvant les notes trop rapprochées les unes des autres, le professeur décide de les ajuster en remplaçant la note  $x$  par la note  $x' = ax + b$ .  
Comment doit-il choisir  $a$  et  $b$  de façon à ce que le meilleur élève obtienne la note de 18 et le plus mauvais la note de 6 ?
4. Calculer la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles de la série des notes après ajustement.
5. Représenter, sur le même graphique, le diagramme en boîte des notes avant et après ajustement.

**CORRECTION****MODIFICATION D'UNE SÉRIE STATISTIQUE**

Un professeur a relevé les notes de ses élèves à un DST :

10; 11; 11; 9; 8; 8; 11; 12; 14; 8; 9; 10; 10; 11; 14; 13; 12; 11; 9; 10; 13; 12; 12; 11; 9

1. Présenter ces résultats sous forme d'un tableau des effectifs.

**A- Tableau des effectifs de la série statistiques Notes des devoirs sur table**

| $x_i$ = Notes                     | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|-----------------------------------|---|---|----|----|----|----|----|
| Effectifs                         | 3 | 4 | 4  | 6  | 4  | 2  | 2  |
| ECC (Effectif cumulés croissants) | 3 | 7 | 11 | 17 | 21 | 23 | 25 |

2. Calculer la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles de cette série statistique.

**Moyenne**

$$M(A) = (3 \cdot 8) + (4 \cdot 9) + (4 \cdot 10) + (6 \cdot 11) + (4 \cdot 12) + (2 \cdot 13) + (2 \cdot 14) / 25 = 268 / 25 = 10,72$$

La pour le 1er contrôle est 10,72 arrondie 10,7

**Médiane**

$$\text{Médiane } A = Q_2 = 11$$

l'individu médian étant :  $25 / 2 + 0,5 = 13^{\text{e}}$  individu de l'effectif ; la médiane, la valeur de la variable correspondant au 13<sup>e</sup> individu est la note 11

**Premier quartile A :  $Q_1 = 9$** 

$25 \cdot 1/4 = 6,25$ , arrondi à 6 correspondant à la note 9

**Troisième quartile A :  $Q_3 = 12$** 

$25 \cdot 3/4 = 18,75$  arrondi à 19 correspondant à la note 12

3. Trouvant les notes trop rapprochées les unes des autres, le professeur décide de les ajuster en remplaçant la note  $x$  par la note  $x' = ax + b$

Comment doit-il choisir  $a$  et  $b$  de façon à ce que le meilleur élève obtienne la note de 18 et le plus mauvais la note de 6 ?

Utilisons la démarche d'une résolution d'un système d'équations à 2 inconnues :

$x' = ax + b$  soit  $x'$  la valeur qui remplace  $x$  du départ.

$a = ?$  et  $b = ?$

$$\begin{cases} ax + b = 18 \\ ax + b = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax + b = 18 \\ ax + b = 6 \end{cases}$$

Nous connaissons le nombre à augmenter ainsi que celui à diminuer  $\Rightarrow$  soit :  $x = 14$  et  $x = 8$

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{l} 14a + b = 18 \\ 8a + b = 6 \end{array} & \begin{array}{l} (-1) \cdot \\ \hline -14a - b = -18 \\ 8a + b = 6 \\ \hline -6a = -12 \Rightarrow \\ a = 2 \end{array} & \begin{array}{l} a = 2 \\ 14(2) + b = 18 \Rightarrow \\ b = -10 \end{array} \end{array}$$

$$x' = 2x - 10$$

La fonction  $f(x) = 2x - 10$  sera utilisée pour modifier la série statistique.

4. Calculer la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles de la série des notes après ajustement.

$$f(x) = 2x - 10$$

Remplaçons tous les valeurs  $x$  de la distribution A pour obtenir les valeurs  $x'$  de la nouvelle distribution B

$$f(8) = 6$$

$$f(9) = 8$$

$$f(10) = 10$$

$$f(11) = 12$$

$$f(12) = 14$$

$$f(13) = 16$$

$$f(14) = 18$$

## APRÈS MODIFICATION : B - Tableau des effectifs de la série statistiques Notes des DST

| $x_i = \text{Notes}$              | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
|-----------------------------------|---|---|----|----|----|----|----|
| Effectifs                         | 3 | 4 | 4  | 6  | 4  | 2  | 2  |
| ECC (Effectif cumulés croissants) | 3 | 7 | 11 | 17 | 21 | 23 | 25 |

Moyenne  $B = M(B) = ((3 \cdot 6) + (4 \cdot 8) + (4 \cdot 10) + (6 \cdot 12) + (4 \cdot 14) + (2 \cdot 16) + (2 \cdot 18)) / 25 = 286 / 25 = 11,44$  soit 11,5 arrondie

Médiane  $B = Q2 = 12$

l'individu médian :  $25/2 + 0,5 = 13^{\text{e}}$  individu ; ainsi  $Q2$  est la note 12

Premier quartile  $B : Q1 = 8$

$25 \cdot 1/4 = 6,25$  arrondi à 6 et qui correspond à la note 8

Troisième quartile  $B : Q3 = 14$

$25 \cdot 3/4 = 18,75$  arrondi à 19 et qui correspond à la note 14

5. Représenter, sur le même graphique, le diagramme en boîte des notes avant et après ajustement.

