Réponses aux exercices sur les formules TRIGONOMETRIQUES d'addition et de duplication

Réponses de l'exercice n° 1

L'angle de mesure $\frac{7\pi}{6}$ a pour mesure principale $-\frac{5\pi}{6}$.

L'angle de mesure $\frac{8\pi}{3}$ a pour mesure principale $\frac{2\pi}{3}$.

L'angle de mesure $-\frac{3\pi}{2}$ a pour mesure principale $\frac{\pi}{2}$.

L'angle de mesure $\frac{15\pi}{8}$ a pour mesure principale $-\frac{\pi}{8}$.

L'angle de mesure $-\frac{10\pi}{3}$ a pour mesure principale $\frac{2\pi}{3}$.

L'angle de mesure $\frac{83\pi}{4}$ a pour mesure principale $\frac{3\pi}{4}$.

L'angle de mesure $\frac{131\pi}{6}$ a pour mesure principale $-\frac{\pi}{6}$.

L'angle de mesure $\frac{253\pi}{12}$ a pour mesure principale $-\frac{11\pi}{12}$.

Réponses de l'exercice n° 2

- $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
- $\cos x = \frac{\sqrt{15}}{4}$
- $\sin x = -\sqrt{\frac{2}{3}}$
- on ne peut pas déterminer $\sin x$.

Réponses de l'exercice n° 3

$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Réponses de l'exercice n° 4

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

Réponses de l'exercice n° 5

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2\sin x\cos x$$

$$\sin(2x + \pi) = -2\sin x\cos x$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x - 2\sin x\cos x)$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(2\sin x\cos x + \cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = \frac{1}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) + \sqrt{3}\sin x\cos x$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) - \sin x\cos x$$

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(2\sin x\cos x - \cos^2 x + \sin^2 x)$$

Réponses de l'exercice n° 6

$$\cos\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

Réponses de l'exercice n° 7

$\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin 2\alpha = -\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

$\cos 2\alpha = \dfrac{7}{9}$

$\sin 3\alpha = \dfrac{23}{27}$

$\cos 3\alpha = -\dfrac{10\sqrt{2}}{27}$

Réponses de l'exercice n° 8

- $S = \left\{\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{2k\pi}{3} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$

  Les solutions dans $[-\pi\,;\pi]$ sont : $-\dfrac{\pi}{2}$; $\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{5\pi}{6}$.

- $S = \left\{\dfrac{\pi}{12} + k\pi \;;\; \dfrac{5\pi}{12} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$

  Les solutions dans $[-\pi\,;\pi]$ sont : $-\dfrac{11\pi}{12}$; $-\dfrac{7\pi}{12}$; $\dfrac{\pi}{12}$ et $\dfrac{5\pi}{12}$.

- $S = \left\{\dfrac{\pi}{10} + \dfrac{2k\pi}{5} \;;\; -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$.

  Les solutions dans $[-\pi\,;\pi]$ sont : $-\dfrac{7\pi}{10}$; $-\dfrac{\pi}{2}$; $-\dfrac{3\pi}{10}$; $\dfrac{\pi}{10}$; $\dfrac{\pi}{2}$; $\dfrac{9\pi}{10}$

Réponses de l'exercice n° 9

- $S = \left\{\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \;;\; \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi \;;\; -\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \;;\; \dfrac{5\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- $S = \left\{\pi + 2k\pi \;;\; -\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2k\pi}{3} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{-\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2k\pi}{3} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- $S = \left\{\pi + 2k\pi \;;\; \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \;;\; -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{-\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2k\pi}{3} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- $S = \left\{-\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \;;\; \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$.