Le SAVEZ-VOUS ? : LA NORME D'UN VECTEUR *(norme euclidienne)*

formule sur le produit scalaire de 2 vecteurs *(à connaitre)* $\vec{u}\cdot\vec{v} = \left\|\vec{u}\right\| \times \left\|\vec{v}\right\| \times \cos\left(\vec{u}\,,\vec{v}\right)$

IMPORTANT : $\vec{u}\cdot\vec{u} = \left\|\vec{u}\right\| \times \left\|\vec{u}\right\| \times \cos\left(\vec{u}\,,\vec{u}\right) = \left\|\vec{u}\right\| \times \left\|\vec{u}\right\| = \left\|\vec{u}\right\|^2$

Donc $\vec{u}\cdot\vec{u} = \vec{u}^2 = \left\|\vec{u}\right\|^2$ et $\left\|\vec{u}\right\|^2 = \vec{u}\cdot\vec{u} = \vec{u}^2$ et $\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{\vec{u}\cdot\vec{u}}$ car $\left\|\vec{u}\right\| \geq 0$

REMARQUE : $\vec{u}^2$ est un **« carré scalaire »** et on peut écrire que $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2 = \vec{u}^2 \times 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} \times \vec{v}^2$

ATTENTION : $\sqrt{\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2} \neq \vec{u}+\vec{v}$ et $\sqrt{\vec{u}^2} = \left\|\vec{u}\right\|$ et $\sqrt{\left(\vec{u}\,.\,\vec{v}\right)^2} = \left|\vec{u}\,.\,\vec{v}\right|$

Définition : Si **A** et **B** sont 2 points du plan, la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est la distance **AB** c'est-à-dire la longueur du segment $[AB]$. ET c'est *un nombre strictement POSITIF si* $A \neq B$

La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note à l'aide d'une double barre : $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ et on a : $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| \geq 0$

Rappel : La norme, la direction et le sens sont les trois données qui caractérisent un vecteur et ces 3 données ne dépendent donc pas du choix du représentant de ce vecteur

PROPRIETES : Soit un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(\,x\,,y\,)$ dans un repère orthonormé du plan

1) On a la formule : $\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{x^2+y^2}$ car $\left\|\vec{u}\right\|^2 = \vec{u}\cdot\vec{u} = x \times x + y \times y = x^2 + y^2$ et $\left\|\vec{u}\right\| \geq 0$

2) ET si A et B sont 2 points du plan de coordonnées $(\,x_A\,,y_A\,)$ et $(\,x_B\,,y_B\,)$ dans un repère orthonormé du plan alors $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

3) $\left\|\vec{u}\right\| = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$ et $\vec{u} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \left\|\vec{u}\right\| > 0$

4) Pour tout nombre réel k et pour tout vecteur $\vec{u}$ on a la formule $\left\|k\,\vec{u}\right\| = |\,k\,| \times \left\|\vec{u}\right\|$

et en particulier $\left\|-\vec{u}\right\| = \left\|\vec{u}\right\|$ et si $\vec{u} \neq \vec{0}$ alors $\vec{v} = \dfrac{\vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|}$ vérifie $\left\|\vec{v}\right\| = \left\|\dfrac{\vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|}\right\| = 1$

5) **L' inégalité triangulaire** : pour tout vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a la formule $\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\| \leq \left\|\vec{u}\right\| + \left\|\vec{v}\right\|$