Quelques explications supplémentaires sur le produit scalaire et le carré scalaire

formule sur le produit scalaire de 2 vecteurs *(à connaitre)* $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u},\vec{v})$

IMPORTANT : $\vec{u}\cdot\vec{u} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{u}\| \times \cos(\vec{u},\vec{u}) = \|\vec{u}\| \times \|\vec{u}\| \times 1 = \|\vec{u}\|^2$

Donc $\vec{u}\cdot\vec{u} = \|\vec{u}\|^2$ et $\|\vec{u}\|^2 = \vec{u}\cdot\vec{u}$

Attention à la notation « carré scalaire » : $\vec{u}\cdot\vec{u} = \vec{u}^2$

il faut comprendre qu'un vecteur au carré est **un carré scalaire donc un nombre réel positif**

On peut utiliser les identités remarquables comme $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2 = \vec{u}^2 + 2\times\vec{u}\,.\,\vec{v} + \vec{v}^2$

On peut développer un carré scalaire : $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2 = \left(\vec{u}+\vec{v}\right).\left(\vec{u}+\vec{v}\right) = \vec{u}\,.\,\vec{u} + 2\times\vec{u}\,.\,\vec{v} + \vec{v}\,.\,\vec{v}$

ET on a la formule *(pour comprendre cette formule il faut comprendre les DIFFERENTES formules précédentes)*

$$\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|^2 = \left\|\vec{u}\right\|^2 + 2\times\vec{u}\,.\,\vec{v} + \left\|\vec{v}\right\|^2$$

un AUTRE raisonnement important à comprendre

Soit **A** et **B** **2** points du plan et soit ***a*** un nombre réel positif donné

L'ensemble des points **M** du plan qui vérifient l'égalité : $AM^2 + BM^2 = a$
est un exercice classique en géométrie qui nécessite souvent d'utiliser le carré scalaire

car $AM = \|\vec{AM}\| \Leftrightarrow AM^2 = \|\vec{AM}\|^2 \Leftrightarrow AM^2 = \vec{AM}^2$ *et donc* $\boxed{AM^2 + BM^2 = a \Leftrightarrow \vec{AM}^2 + \vec{BM}^2 = a}$

Notion n° 1 à connaitre : Soit un nombre ***a*** *strictement positif*

L'équation $x^2 = \mathbf{a}$ a **2 solutions** qui sont : $x_1 = \sqrt{a}$ et $x_2 = -\sqrt{a}$

Preuve : $x^2 = a \Leftrightarrow x^2 - \left(\sqrt{a}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x+\sqrt{a}\right)\left(x-\sqrt{a}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

Notion n° 2 à connaitre : $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3 \Rightarrow$ la règle est : **si a > 0** $\sqrt{\mathbf{a}^2} = \mathbf{a}$

$\sqrt{9} = \sqrt{(-3)^2} = 3 = -(-3) \Rightarrow$ la règle est : **si a < 0** $\sqrt{\mathbf{a}^2} = -\mathbf{a}$

A retenir : Pour un nombre réel ***a*** de signe quelconque *(+ ou -) :* $\sqrt{\mathbf{a}^2} = |\mathbf{a}|$

Notion n° 3 à connaitre : **si** $x \geq 0$ **et si** $a \geq 0$ **alors** $x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a}$ *et donc si* $a \geq 0$

Résoudre l'équation $\|\vec{u}\| = a$	$\Leftrightarrow$	Résoudre l'équation $\|\vec{u}\|^2 = a^2$	$\Leftrightarrow$	Résoudre l'équation $\vec{u}^2 = a^2$