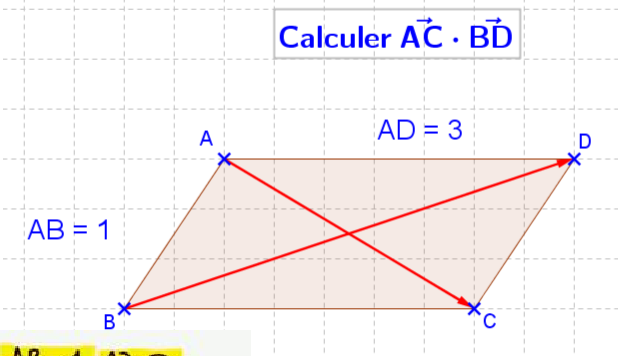
LE PRODUIT SCALAIRE et les parallélogrammes

Technique : *Décomposer les vecteurs* ***avec la relation de Chasles*** *en utilisant les vecteurs qui sont donnés par l'énoncé (dont on connait toutes les informations :* ***leur norme et leur angle*** *)*

Exercice N° 1

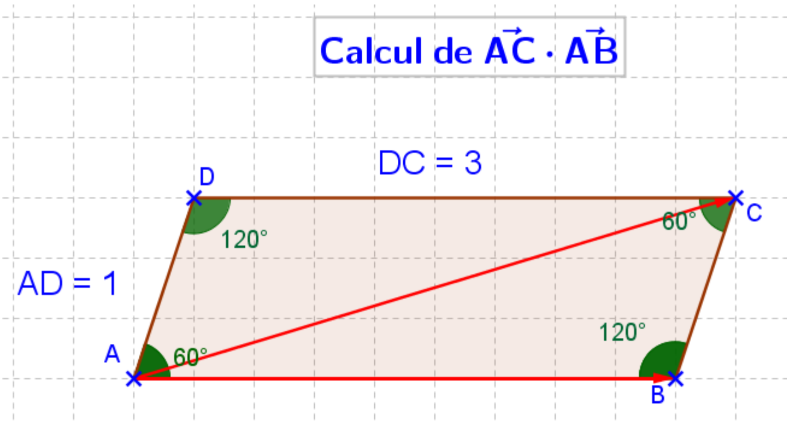


Correction

Soit ABCD un parallélogramme tel que $AB = 1$, $AD = 3$.
Calculer le produit scalaire $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$$
$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD} = -\vec{AB} + \vec{AD}$$
$$\vec{AC} \cdot \vec{BD} = \underbrace{\left(\vec{AB} + \vec{AD}\right)}_{a\ +\ b} \cdot \underbrace{\left(-\vec{AB} + \vec{AD}\right)}_{-a\ +\ b}$$
$$= \vec{AD}^2 - \vec{AB}^2$$
$$= \underbrace{\|\vec{AD}\|^2}_{AD^2} - \underbrace{\|\vec{AB}\|^2}_{AB^2} = 8$$

Exercice N° 2



Piste de travail : Utiliser *la relation de Chasles avec des vecteurs dont on connait les angles*

Correction

Comme $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$ on a

$$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = \left(\vec{AB} + \vec{BC}\right) \cdot \vec{AB} = \vec{AB} \cdot \vec{AB} + \vec{BC} \cdot \vec{AB} = \vec{AB}^2 + \vec{BC} \cdot \vec{AB} = 3^2 + \left\|\vec{BC}\right\| \times \left\|\vec{AB}\right\| \times \cos(60°)$$

Donc $$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 3^2 + 1 \times 3 \times \cos(60°) = 9 + 3 \times \frac{1}{2} = 9 + \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10{,}5$$