D.S de MATHEMATIQUES 2nde

Date : 23/04/2013 Durée : 0h 45

Corrigé

Exercice 1 : (4 points)

(1) $-2\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{1}{4} = -2\left(x^2+5x+\frac{25}{4}\right)^2+\frac{1}{4}$

$= -2x^2 - 10x - \frac{49}{4}$ (B)

(2) $2(x-4)^2-28 = 2(x^2-8x+16)-28$

$= 2x^2-16x+4$ (D)

(3) $-2(x-4)^2+2 = -2(x^2-8x+16)+2$

$= -2x^2+16x-30$ (A)

(4) $2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{7}{8} = 2\left(x^2-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}\right)+\frac{7}{8}$

$= 2x^2-5x+\frac{25}{8}+\frac{7}{8}$

$= 2x^2-5x+4$ (C)

Exercice 2 : (6 points)

1- La forme canonique de f est $f(x) = a(x-\alpha)^2+\beta$

- $S(5;9)$ est le sommet de la parabole donc $\alpha=5$ et $\beta=9$.

D'où $f(x) = a(x-5)^2+9$

- $A(15;-1)$ est un point de la parabole donc $f(15)=-1$.

D'où $f(15) = a(15-5)^2+9 = -1$

$a\times 100 = -10$

$a = \frac{-10}{100} = -\frac{1}{10}$

Donc $\forall x\in\mathbb{R},\ f(x) = -\frac{1}{10}(x-5)^2+9$.

2-

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	9	$\searrow$	

3- $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{1}{10}(x-5)^2+9$

$$= -\frac{1}{10}\left(x^2-10x+25\right)+9$$

$$= -\frac{1}{10}x^2+x-\frac{25}{10}+9$$

$$= -\frac{1}{10}x^2+x+\frac{65}{10}$$

$$\underline{f(x) = -0{,}1x^2+x+6{,}5}$$

<u>Exercice 3 :</u> (5 points)

1- $g(x)$ existe si $2x-4 \neq 0$ soit $x \neq 2$.

$$\underline{D_g =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[}$$

2- $\underline{2-\frac{1}{2x-4}} = \frac{2(2x-4)}{2x-4} - \frac{1}{2x-4} = \frac{4x-8-1}{2x-4} = \underline{g(x)}$,

pour tout $x \in D_g$.

3- Soit $x_1, x_2 \in]-\infty, 2[$;

$$x_1 < x_2 < 2$$

$$2x_1 < 2x_2 < 4$$

$$2x_1-4 < 2x_2-4 < 0$$

$$\frac{1}{2x_1-4} > \frac{1}{2x_2-4}$$ la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]-\infty; 0[$.

$$\frac{-1}{2x_1-4} < \frac{-1}{2x_2-4}$$

$$2-\frac{1}{2x_1-4} < 2-\frac{1}{2x_2-4}$$

$$g(x_1) < g(x_2)$$

Donc <u>g est croissante sur $]-\infty; 2[$</u>.

<u>Exercice 4 :</u> (5 points)

1- <u>Entreprise A :</u> $\frac{42}{97} \times 100 \approx \underline{43{,}3\ (\%)}$

<u>Entreprise B :</u> $\frac{685}{1500} \times 100 \approx \underline{45{,}7\ (\%)}$

C'est l'entreprise B qui semble le mieux respecter la parité.

2- $p = \frac{1}{2}$: proportion théorique homme - femme.

Entreprise A : fréquence observée $f_A \approx 0,433$.
Taille de l'échantillon $n = 97$.

$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{97}} \approx 0,40$$

$$p + \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{97}} \approx 0,60$$

Intervalle de fluctuation $I_A = [0,40 ; 0,60]$

Entreprise B : fréquence observée $f_B \approx 0,457$
Taille de l'échantillon $n = 1500$

$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{1500}} \approx 0,47$$

$$p + \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{1500}} \approx 0,53$$

Intervalle de fluctuation $I_B = [0,47 ; 0,53]$.

On constate que $f_A \in I_A$ alors que $f_B \notin I_B$.
Donc c'est l'entreprise A qui respecte le mieux la parité (avec une erreur possible de 5%).