Fonction « trinôme du second degré »

Soit a b et c 3 nombres donnés tels que $a \neq 0$

Soit la fonction f définie par $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ est une fonction du second degré

La représentation graphique C_f est une parabole dont le sommet S est le point de coordonnées $(\alpha\,,\beta)$

avec $\alpha = \dfrac{-b}{2a}$ *et* $\beta = f(\alpha)$

La forme canonique est l'expression qui s'écrit $f(x) = a\,(x - \alpha)^2 + \beta$

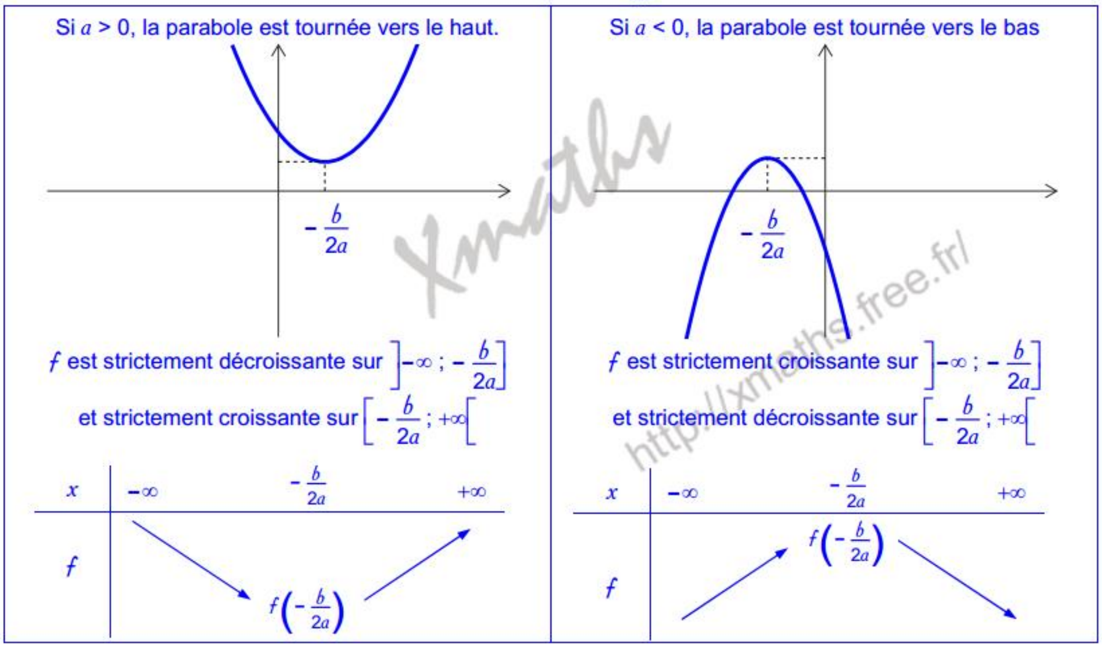
Si $a > 0$: la parabole C_f est « tournée vers le haut » donc le sommet S est **un MINIMUM**

Si $a < 0$: la parabole C_f est « tournée vers le bas » donc le sommet S est **un MAXIMUM**

Soit *a* *b* et *c* 3 nombres donnés tels que $a \neq 0$

La représentation graphique d'une fonction trinôme définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ est une parabole.
Son sommet a pour abscisse $-\dfrac{b}{2a}$ et pour ordonnée $f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$.

La parabole a pour axe de symétrie la droite d'équation $x = -\dfrac{b}{2a}$



Calcul du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

- **Si** $\Delta > 0$ L'équation $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ a 2 solutions

  $x_1 = \dfrac{-b}{2a} - \dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b}{2a} + \dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}$

  (la parabole C_f coupe **2 fois** l'axe des x)

  La forme factorisée est l'expression qui s'écrit $f(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$

- **Si** $\Delta = 0$ L'équation $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ a une seule solution $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$

  (la parabole C_f **« frôle »** l'axe des x) : on dit que la droite d'équation $y = 0$ est tangente à C_f

  La forme factorisée est l'expression qui s'écrit $f(x) = a\,(x - x_0)^2$

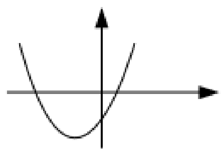
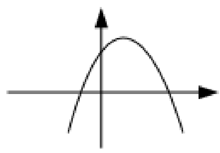
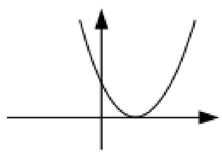
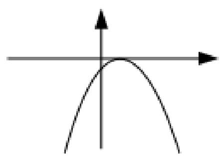
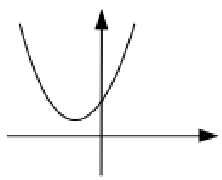
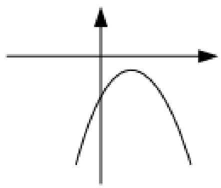
- **Si** $\Delta < 0$ L'équation $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ n'a pas de solution

  (la parabole C_f **ne coupe pas** l'axe des x)

Une représentation graphique permet l'étude du signe de l'expression $a\,x^2 + b\,x + c$ selon les valeurs de x

Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction trinôme est une parabole.
Le signe de a indique le sens de la parabole.
Le signe de Δ indique le nombre de racines, donc le nombre de points d'intersection avec l'axe des abscisses.

	$a > 0$	$a < 0$
$\Delta > 0$		
$\Delta = 0$		
$\Delta < 0$		

<u>Exemples d'étude du signe</u> : **1)** dans le cas $a > 0$ et $\Delta > 0$ $a\,x^2 + b\,x + c < 0$ *ssi* $x \in \,]x_1, x_2[$

2) dans le cas $a > 0$ et $\Delta < 0$ $a\,x^2 + b\,x + c > 0$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$

3) dans le cas $a < 0$ et $\Delta > 0$ $a\,x^2 + b\,x + c > 0$ *ssi* $x \in \,]x_1, x_2[$

...... etc ......

Rq) Pour connaitre le signe de $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ selon les valeurs de x Il suffit de connaitre **les 6 cas ci-dessus** *c'est-à-dire il suffit de connaitre le signe de* Δ *et le signe de* a