FONCTIONS HOMOGRAPHIQUES : c'est-à-dire définies par l'expression $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

Rappel de cours :

La fonction f est homographique si et seulement s'il existe trois réels a, α et β tels que : $f(x)=\frac{a}{(x-\alpha)}+\beta$.

La valeur α étant interdite, la fonction f est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{\alpha\}$.

Sa courbe représentative est une hyperbole de centre $C(\alpha;\beta)$. Son sens de variation dépend du signe de a :
• si $a<0$, alors :
$f$est croissante sur $]-\infty;\alpha[$
f est croissante sur $]\alpha;+\infty[$.

• si $a>0$, alors :
f est décroissante sur $]-\infty;\alpha[$
f est décroissante sur $]\alpha;+\infty[$.

Exercice n° 1

On considère la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{4x-9}{2x-4}$.

1 - Quel est le domaine de définition de g ? On l'appelle Dg.

2 - Prouver que pour tout $x\in Dg$, $g(x)=2-\dfrac{1}{2x-4}$.

3 - Étudier le sens de variation de g sur l'intervalle $]-\infty;2[$.

Exercice n° 2

Exercice : Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{4x-1}{2x+6}$.

1°) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2°) En quels points la courbe représentative de f coupe-t-elle l'axe des ordonnées ? L'axe des abscisses ?

3°) Déterminer les coordonnées du point de la courbe représentative de f d'ordonnée 5.

4°) 2 admet-t-il un antécédent par f ? Interpréter graphiquement ce résultat.

5°) Tracer la fonction sur la calculatrice et dresser le tableau de variations de f.

6°) Dresser le tableau de signes de f(x).

7°) Montrer que pour tout nombre x différent de -3, $f(x)=2-\dfrac{13}{2x+6}$. En déduire un encadrement de $f(x)$ si $x\in[1;2]$.

Exercice n° 3

1°) Compléter sans calculs par < ou > :

$\dfrac{1}{2,1}....\dfrac{1}{2,11}$ car $2,1....2,11$ et $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ est ....sur ....

$-\dfrac{1}{5}....\dfrac{-1}{4}$ car $-5....-4$ et $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ est ....sur ....

2°) Lorsque $x\in[1;10]$, ... $\leq\dfrac{1}{x}\leq$...... car $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ est ....sur...........................

Lorsque $x\in[-5;-2]$, ... $\leq\dfrac{1}{x}\leq$...... car $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ est ....sur...........................