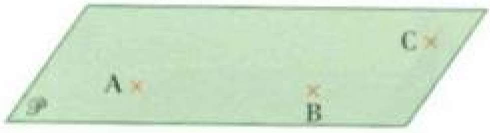
I. Comment définir un plan de l'espace ?

1) Avec 3 points :

Avec trois points A, B, C distincts et non alignés, on note le plan (ABC).



Coplanaire veut dire appartenir à un même plan.
On note le plan (P) = (ABC)

2) Conséquences :

On peut définir un plan avec une droite et un point qui n'appartient pas à cette droite, ou à l'aide de deux droites sécantes.

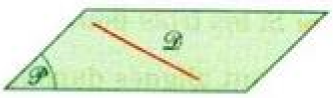
II. Position relative de droites et plans de l'espace :

1) Position relative de deux droites :

- Les droites (D_1) et (D_2) peuvent être coplanaires :

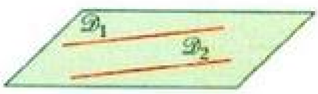
Elles sont :

confondues



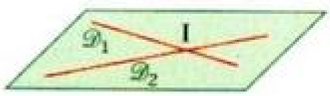
$D_1 = D_2$

strictement parallèles



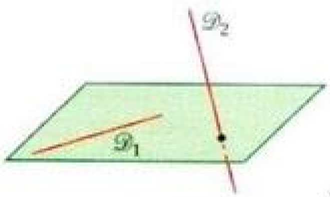
$D_1 \cap D_2 = \varnothing$

sécantes



$D_1 \cap D_2 = I$

- Les droites (D_1) et (D_2) peuvent être non coplanaires



$D_1 \cap D_2 = \varnothing$

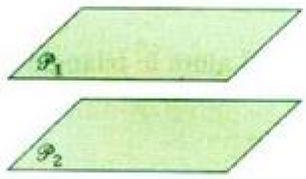
2)Position relative de deux plans :

Deux plans P_1 et P_2 peuvent être :

confondus

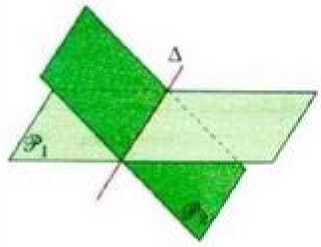
$P_1 = P_2$

strictement parallèles



$P_1 \cap P_2 = \emptyset$

sécants

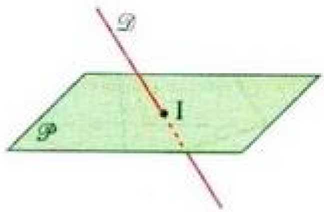


$P_1 \cap P_2 = \Delta$

3)Position d'une droite et d'un plan :

Une droite D et un plan P peuvent être :

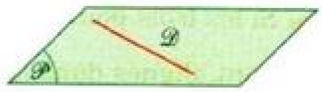
sécants



$P \cap D = I$

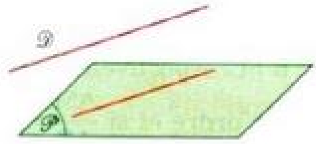
Parallèles

D est inclus dans (P)



$P \cap D = D$

(D) et (P) n'ont aucun point commun



$P \cap D = \emptyset$

III. Parallélisme dans l'espace :

1)Définitions :

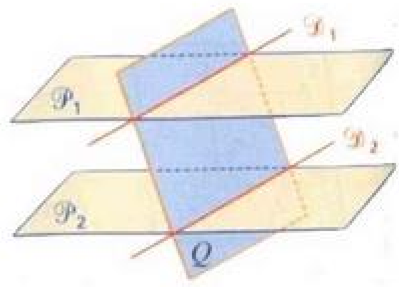
- Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont coplanaires et sans point commun.
- Deux plans sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun.
- Une droite et un plan sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun commun.

Par convention, on dit que deux droites confondues ou deux plans confondus sont parallèles, et qu'une droite contenue dans un plan est parallèle à ce plan.

2)Parallélisme entre droites :

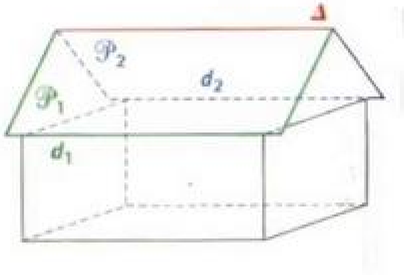
Si deux plans sont parallèles, tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles.

Si $P_1 // P_2$ et $Q \cap P_1 = D_1$
alors
$Q \cap P_2 = D_2$ et $D_1 // D_2$.



Théorème du « toit »

Si d_1 et d_2 sont deux parallèles.
Si P_1 et P_2 sont deux plans l'un contenant d_1 l'autre contenant d_2.
Alors les droites d_1 et d_2 sont parallèles à l'intersection de P_1 et P_2 (Si elle existe)

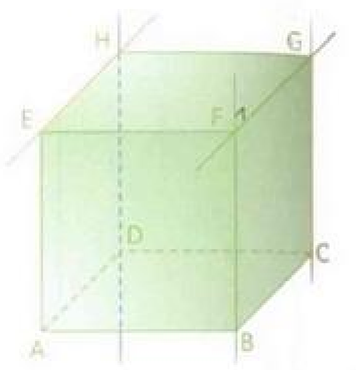


IV. Orthogonalité dans l'espace :

1) Droites orthogonales :

Définition :

Soit D_1 et D_2 deux droites de l'espace.
Dire que D_1 et D_2 sont orthogonales signifie que les parallèles respectives à D_1 et D_2 passant par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires.

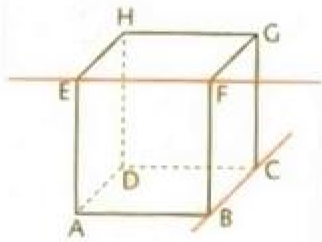


Un exemple pour comprendre :

Dans le cube ABCDEFGH, les droites(EH) et (GC) sont orthogonales, car leurs parallèles respectives passant par F, les droites (FG) et (FB) sont perpendiculaires.

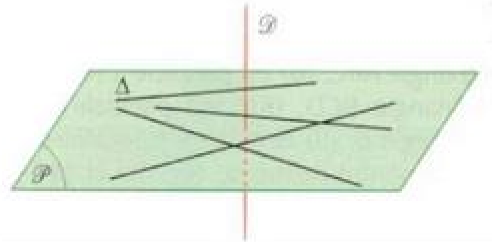
Vocabulaire :

On parle de droites perpendiculaires pour des droites coplanaires.
Deux droites d'un même plan et perpendiculaires sont orthogonales mais deux droites orthogonales ne sont pas nécessairement dans un même plan.



Certains théorèmes de la géométrie plane sur les droites perpendiculaires ne s'appliquent pas aux droites orthogonales de l'espace. Par exemple, dans un plan, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles ; dans l'espace, deux droites orthogonales à une même droite ne sont pas, en général, parallèles.

2)Orthogonalité d'une droite et d'un plan :

Définition : Soit D une droite et P un plan. Dire que D est orthogonale à P signifie que D est orthogonale à toutes les droites de P.	
Théorème : Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes du plan.