Exercice 1

ABCDE est une pyramide telle que *BCDE* soit un parallélogramme de centre *O*.

I est le milieu du segment [*AB*].

J est le milieu du segment [*AC*].

1) Préciser en justifiant les intersections :

a) du plan (*ABC*) et du plan (*ACD*).

b) du plan (*ABD*) et du plan (*AEC*).

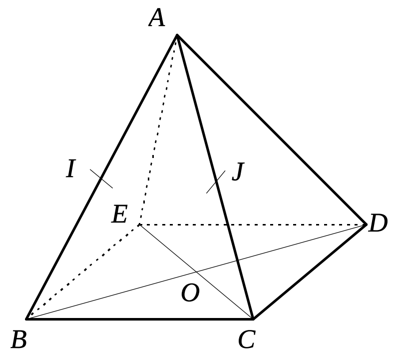
c) de la droite (*AO*) et du plan (*BED*).

d) de la droite (*DI*) et de la droite (*AO*).

2) Démontrer que la droite (*IJ*) et la droite (*ED*) sont parallèles.

En déduire l'intersection des plans (*ABC*) et (*EID*).

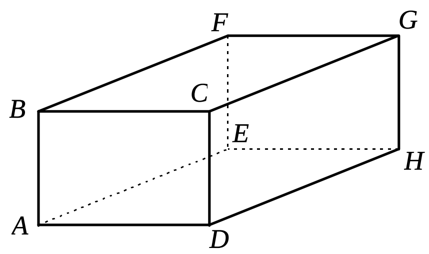
3) Démontrer que la droite (*IJ*) et le plan (*BCD*) sont parallèles.



Exercice 2

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

1. Démontrer que les plans (*AFC*) et (*DEG*) sont parallèles.
2. Soient *I* le milieu du segment [*AB*],
   J le milieu du segment [*BC*] et
   K le milieu du segment [*BF*].
   Démontrer que les plans (*IJK*) et (*AFC*) sont parallèles.
3. Déduire des questions 1 et 2 que les plans (*IJK*) et (*DEG*) sont parallèles.

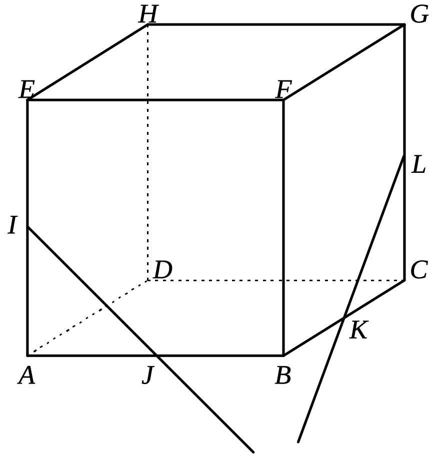


Exercice 3

ABCDEFGH est un cube.

I, *J*, *K* et *L* sont les milieux respectifs des segments [*AE*], [*AB*], [*BC*] et [*CG*].

1. Quelle est la nature du quadrilatère *AILC* ?
2. Démontrer que les droites (*JK*) et (*AC*) sont parallèles.
3. En déduire que les droites (*JK*) et (*LI*) sont parallèles. (Justifier)
4. Démontrer que les droites (*IJ*) et (*KL*) sont coplanaires.
5. En déduire qu'elles sont sécantes en un point *S*. (Justifier)
6. Déterminer l'intersection des plans (*ABF*) et (*FBC*).
7. Démontrer que le point *S* appartient à la droite (*BF*).



Exercice 4

ABCD est un tétraèdre régulier (toutes les arêtes ont la même longueur).

I est le milieu de [*AD*], *J* est le milieu de [*BD*] et *K* est le milieu de [*CD*].

1. Démontrer que les droites (*AB*) et (*IJ*) sont parallèles.
2. Exprimer *IJ* en fonction de *AB*, puis exprimer le périmètre *P'* du triangle *IJK* en fonction du périmètre *P* du triangle *ABC*.
3. On admettra que l'aire d'un triangle équilatéral de côté *c* est :

$$\mathcal{A} = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2$$

   Exprimer l'aire $\mathcal{A}'$ du triangle *IJK* en fonction de l'aire $\mathcal{A}$ du triangle *ABC*.