

1ère partie

Calcul algébrique vu au collège

1. Calcul avec des fractions

1.1. Égalité des fractions

Règle 1 : Deux fractions sont égales lorsqu'il y a égalité des produits en croix.

Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $a \times d = b \times c$

Règle 2 : On ne change pas un nombre relatif en écriture fractionnaire en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Autrement dit, pour tous nombres relatifs a, b et k , b et k non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Ceci nous permet d'obtenir différentes écritures fractionnaires d'un même nombre. On cherche alors **la fraction la plus simple**.

Exemples : $A = \frac{4}{3,5} = \frac{4 \times 10}{3,5 \times 10} = \frac{40}{35} = \frac{40 \div 5}{35 \div 5} = \frac{8}{7}$ et $\frac{8}{7}$ est une **fraction simple** ou **irréductible**.

1.2. Règle des signes

Règle 3 : Le signe du quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres relatifs est le même que le signe du produit $a \times b$. On

obtient la règle des signes :

- Le quotient de deux nombres de même signe est positif
- Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

1.3. Comparaison des fractions

Règle 4 : 1°) Si deux fractions ont le même **dénominateur positif**, alors on les range dans le même ordre que leurs numérateurs. Autrement dit, pour tous nombres relatifs a et c et tout nombre relatif $B > 0$, on a

$$\frac{a}{B} > \frac{c}{B} \text{ équivaut à } a > c$$

2°) Si deux fractions n'ont pas le même dénominateur positif, on cherche d'abord un dénominateur commun positif, puis on applique le 1°).

1.4. Addition et soustraction

Règle 5. On distingue deux cas : **1^{er} cas :** Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur, il faut additionner (ou soustraire) les numérateurs et conserver le dénominateur commun.

$$\frac{a}{B} + \frac{c}{B} = \frac{a+c}{B} \text{ et } \frac{a}{B} - \frac{c}{B} = \frac{a-c}{B}$$

2^{ème} cas : Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de dénominateurs différents, il faut chercher d'abord un dénominateur commun, puis appliquer le 1^{er} cas.

Exemple : Calculer $A = \frac{-5}{8} - \frac{-7}{12}$. On est dans le 2^{ème} cas. On cherche un dénominateur commun.

On cherche dans la table de 8, le premier nombre multiple de 12, ou l'inverse.

Table de 8 : 8 ; 16 ; 24 est aussi un multiple de 12

ou Table de 12 : 12 ; 24 est aussi un multiple de 8. On a alors :

$$\begin{aligned} A &= \frac{-5}{8} - \frac{-7}{12} = \frac{-5 \times 3}{8 \times 3} - \frac{-7 \times 2}{12 \times 2} \\ A &= \frac{-15}{24} - \frac{-14}{24} = \frac{-15}{24} + \frac{14}{24} \\ A &= \frac{-15 + 14}{24} = \frac{-1}{24} \end{aligned}$$

1.5. Multiplication des fractions

Règle 6 : Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, en respectant la règle des signes.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Remarque : Attention ! Il est vivement conseillé de décomposer le numérateur et le dénominateur pour simplifier AVANT d'effectuer les calculs.

Exemple : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simple : $A = \frac{-9}{35} \times \frac{-14}{-27}$

D'abord, il y a trois signes « moins », donc A est négatif. Puis, on a :

$$A = \frac{-9}{35} \times \frac{-14}{-27} = - \frac{9 \times 14}{35 \times 27} = - \frac{\cancel{9} \times \cancel{7} \times 2}{\cancel{7} \times 5 \times \cancel{9} \times 3} = - \frac{2}{15} \quad \text{Donc : } A = - \frac{2}{15}$$

1.6. Inverse d'un nombre relatif

Définition : Deux nombres relatifs sont **inverses** si leur produit est égal à 1. Donc :

Si x et x' sont des nombres relatifs non nuls, alors x est l'inverse de x' si et seulement si

$$x \times x' = 1 \quad . \quad \text{L'inverse d'un nombre relatif non nul } x \text{ est le nombre } \frac{1}{x} \text{ noté aussi } x^{-1} .$$

Remarques : – 0 n'a pas d'inverse ! (il n'existe aucun nombre dont le produit par 0 donne 1.)

– Un nombre relatif et son inverse sont obligatoirement de même signe.

– Si x est un nombre relatif non nul, alors l'inverse de son inverse est égal à lui-même.

– Si a et b sont deux nombres non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{b}{a}$.

On a alors les propriétés suivantes, pour tout nombre relatif x non nul :

$$x \times \frac{1}{x} = 1 = \frac{1}{x} \times x, \quad \left(\frac{1}{x}\right) = x \text{ et } \left(\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)}\right) = \frac{b}{a}$$

1.7. Division des fractions

Règle 7 : Pour diviser par un nombre relatif (non nul), on multiplie par son inverse.

Donc, pour tous nombres relatifs a et b non nuls, on a

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

En particulier, si a , b , c et d sont quatre nombres relatifs non nuls, comme l'inverse de $\frac{c}{d}$ s'écrit $\left(\frac{1}{\frac{c}{d}}\right)$ et est égal à $\frac{d}{c}$, on a les égalités suivantes :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Attention à la position du « trait centrale de fraction » et à la place du signe égal.

Exemple : Calculer $A = \frac{3 \quad 7}{8 \quad 12} \div \frac{10}{16}$. On calcule d'abord le numérateur, puis on multiplie par l'inverse :

$$A = \frac{\frac{3 \times 3}{8 \times 3} - \frac{7 \times 2}{12 \times 2}}{\frac{10}{16}} = \frac{\frac{9}{24} - \frac{14}{24}}{\frac{10}{16}} = \frac{-5}{24} \div \frac{10}{16}$$

Donc $A = \frac{-5}{24} \div \frac{10}{16} = \frac{-5}{24} \times \frac{16}{10}$

Donc $A = \frac{-5 \times 16}{24 \times 10} = \frac{-\cancel{5} \times \cancel{8} \times \cancel{2}}{\cancel{8} \times 3 \times \cancel{2} \times \cancel{5}}$

Par conséquent $A = \frac{-1}{3}$

2. Puissances

2.1. Puissances entières d'un nombre relatif.

Définitions : Soit a un nombre relatif non nul et n un entier naturel non nul. Alors, a^n se lit « a élevé à la puissance n » ou « a exposant n » et désigne le produit de n facteurs, tous égaux à a . L'entier n s'appelle « l'exposant ». a^{-n} désigne l'inverse de a^n :

$$\mathbf{D1 : } a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad \mathbf{D2 : } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

avec, par convention : $a^1 = a$ et si $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$. Enfin, 0^0 n'est pas défini.

Exemples : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Remarque : Nous avons défini les puissances avec un exposant positif ou négatifs, donc on peut supposer dorénavant que les exposants n et p sont des nombres relatifs.

2.2. Propriétés des puissances

Propriétés :

Soient a et b deux nombres relatifs non nul et n et p deux entiers relatifs. Alors, on a les propriétés suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{P1 : } a^{n+p} = a^n \times a^p & \text{P4 : } (a \times b)^n = a^n \times b^n \\ \text{P2 : } a^{n-p} = \frac{a^n}{a^p} & \text{P5 : } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \\ \text{P3 : } a^{n \times p} = (a^n)^p & \end{array}$$

Exemple : Simplifier les calculs : $A = \frac{6^4 \times 2^3}{4^3 \times 3^5}$

On décompose chaque puissance, puis on regroupe et on simplifie :

$$A = \frac{6^4 \times 2^3}{4^3 \times 3^5} = \frac{(2 \times 3)^4 \times 2^3}{(2 \times 2)^3 \times 3^5} = \frac{2^4 \times 3^4 \times 2^3}{2^3 \times 2^3 \times 3^5} = \frac{2^{4+3} \times 3^4}{2^{3+3} \times 3^5} = \frac{2^7 \times 3^4}{2^6 \times 3^5} = 2^{7-6} \times 3^{4-5} = 2^1 \times 3^{-1} = \frac{2}{3}$$

Remarque : Nous avons défini les puissances avec un exposant positif ou négatifs, donc on peut supposer dorénavant que les exposants n et p sont des nombres relatifs.

2.3. Puissances de 10

Définitions : (On applique les mêmes définitions et propriétés que ci-dessus avec $a = 10$.

Soit n un entier naturel non nul. Alors, 10^n se lit « 10 élevé à la puissance n » ou « 10 exposant n » et on a :

$$\text{D1 : } 10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1 \text{ 00} \dots \text{ 0}}_{n \text{ zéros}}$$

$$\text{D2 : } 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

avec, par convention : $10^1 = 10$ et $10^0 = 1$.

Exemples : $10^2 = 100$; $10^{-3} = 0,001$

Tout nombre décimal positif N s'écrit d'une infinité de manière sous la forme $N = a \times 10^n$ où a est un (autre) nombre décimal et n un entier relatif.

Exemples : $3500 = 350 \times 10^1 = 35 \times 10^2 = \mathbf{3,5 \times 10^3} = 0,35 \times 10^4 = \dots$
 $0,00085 = 85 \times 10^{-5} = \mathbf{8,5 \times 10^{-4}} = 850 \times 10^{-6} = \dots$

Propriété et définition:

Tout nombre décimal positif N s'écrit d'une manière unique sous la forme $N = a \times 10^n$ où a est un nombre décimal compris entre 0 et 1 et n un entier relatif. Le nombre a s'écrit avec un seul chiffre différent de 0 avant la virgule.

Cette dernière écriture s'appelle la **notation scientifique**.

Exemples : $3500 = \mathbf{3,5 \times 10^3}$
 $0,00085 = \mathbf{8,5 \times 10^{-4}}$
 $357 \times 10^{-8} = \mathbf{3,57 \times 10^2 \times 10^{-8} = 3,57 \times 10^{-6}}$.

3. Racine carrée

Définition : Soit a un nombre réel positif ou nul. La racine carrée du nombre a est le nombre réel positif ou nul, noté \sqrt{a} , dont le carré est égal à a . Donc : $(\sqrt{a})^2 = a$

Exemple : $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{20} = 4,472135955 \dots$

Remarque : La racine carrée est l'opération réciproque de l'opération « élever au carré ».

En particulier : La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Propriétés : Soit a et b deux nombres réels **positifs**, $b \neq 0$. Alors, on a les propriétés suivantes :

$$\text{P0 : } \sqrt{a} \geq 0 \qquad \text{P1 : } (\sqrt{a})^2 = a \qquad \text{P2 : } \sqrt{a^2} = a$$

$$\text{P3 : } \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \qquad \text{P4 : } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Mais attention ! Cela ne marche pas pour l'addition ni la soustraction.

En général, (ça ne marche pas pour tous les nombres !)

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \text{et} \quad \sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Simplification d'une racine carrée : On dira qu'un nombre entier N est un carré parfait s'il s'écrit comme le carré d'un (autre) nombre k entier, c'est-à-dire : $N = k^2$.

La liste des entiers carrés parfaits est : 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,...

En combinant les propriétés P2 et P3, on peut simplifier l'écriture de la racine carrée d'un « grand » nombre :

Exemple : Simplifier l'écriture de $\sqrt{18}$.

On décompose 18 en utilisant la liste des entiers carrés parfaits. On remarque que : $18 = 9 \times 2$.

$$\text{Donc : } \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

4. Calcul littéral

4.1. Expression littéral

Définition : Une expression littéral est une suite d'opérations sur les nombres dont certains sont (inconnus et) représentés par des lettres $a, b, c, x, y, m, n, \dots$ qu'on appelle des variables.

Exemple : $A = 3x^2 - 5x + 7$ est une expression littéral dépendant de la variable x . Il serait plus judicieux de l'appeler $A(x)$ qu'on lit « A de x ».

Dans cette expression, il y a trois termes :

$3x^2$ est un « terme en x^2 », $-5x$ est un « terme en x » et « 7 » est un « terme **constant** »,

4.2. Le calcul algébrique

a) Vocabulaire

- Dans une **addition** ; $a + b = s$, a et b s'appellent des **termes** et s est **la somme**.

- Dans une **soustraction** ; $a - b = d$, a et b s'appellent aussi des **termes** et d est **la différence**.
Lorsqu'on utilise des nombres relatifs, soustraire revient à additionner l'opposé. Donc, toutes les expressions de la forme $a + b = s$ ou $a - b = d$ sont appelées **des sommes** (sous-entendu « de nombres relatifs »).

- Dans une **multiplication** ; $a \times b = p$, a et b s'appellent des **facteurs** et p est **le produit**.

- Dans une **division** ; $a \div b = q$, a s'appelle **le dividende**, b **le diviseur** et q est **le quotient exact**.

- Dans une **division euclidienne** de a par b , le quotient q doit être un nombre entier. Il y a donc un reste r qui doit être aussi un nombre entier compris entre 0 et b . On écrit :

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \end{array} \quad \text{signifie que} \quad a = b \times q + r$$

b) Propriétés élémentaires du calcul algébrique

- **P1** : Dans une addition de nombres relatifs, on peut changer l'ordre des termes et faire des groupements (judicieux), la somme ne change pas. Donc, si, a , b et c sont des nombres relatifs, alors :

$$a+b=b+a \text{ et } a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

- **P2** : De même, dans une multiplication de nombres relatifs, on peut changer l'ordre des facteurs et faire des groupements (judicieux), le produit ne change pas. Donc, si, a , b et c sont des nombres relatifs, alors :

$$a \times b = b \times a \text{ et } a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

c) Simplification d'écriture

- Dans une suite d'opérations, l'absence de signe signifie qu'il s'agit d'une multiplication.

A la place de,	On écrit
$a \times b$	$= ab$
$2 \times x$	$= 2x$
$a \times (x+3)$	$= a(x+3)$
$2 \times (x+3)$	$= 2(x+3)$
$(a+b) \times (x+3)$	$= (a+b)(x+3)$

Attention ! On ne supprime pas le signe de multiplication entre deux chiffres ! $3 \times 5 \neq 35$.

d) Calculs simples

On applique les propriétés élémentaires ci-dessus. Si a et b sont des nombres relatifs, alors :

$$a+a=2a$$

$$a+2a-5b+3a=a+2a+3a-5b=6a-5b$$

$$2a \times (-3b) = 2 \times (-3) \times a \times b = -6ab$$

$$2a \times (-3b) \times (-5a) = 2 \times (-3) \times (-5) \times a \times a \times b = 30a^2b$$

e) Opposé d'une somme ou d'une différence

L'**opposé** de tout nombre relatif x est $-x$.

L'**opposé de l'opposé** de tout nombre relatif x est égal à lui-même $-(-x)=x$.

Exemples : l'opposé de 3 = est (-3). L'opposé de (-3) est : $-(-3) = +3 = 3$.

La somme de tout nombre relatif x et de son opposé est égale à 0. Ainsi $x+(-x)=0=-x+x$.

Prendre l'opposé de tout nombre relatif x revient à multiplier ou diviser x par (-1). Ainsi :

$$-x = (-1) \times x = x \times (-1) = x \div (-1) = \frac{x}{(-1)}$$

Opposé d'une somme : $-(a+b) = -a-b = -a+(-b)$

Opposé d'une différence : $-(a-b) = -a-(-b) = -a+b$

On peut supprimer des parenthèses précédées d'un signe + sans rien changer.

$$a+(b+c-d) = a+b+c-d$$

On peut supprimer des parenthèses précédées d'un signe - à condition de changer tous les signes à

$$a-(b+c-d) = a-b-c+d$$

Exemple : $A = 2x + (x-3) - (x-7) = 2x + x - 3 - x + 7 = 2x + x - x - 3 + 7 = 2x + 4$.

Remarque : Deux nombres opposés ont le même carré : $(-x)^2 = x^2$

Mais attention pour $x \neq 0$, on a : $-x^2 \neq (-x)^2$ car $-x^2$ est l'opposé de x^2 .

4.3. Calculer une expression

Calculer une expression $A(x) = 3x^2 - 5x + 7$ pour $x = -1$ puis pour $x = \sqrt{2}$.
Il suffit de remplacer x par la valeur donnée dans tous les termes de l'expression donnée.

Pour $x = -1$

$$\begin{aligned} A(-1) &= 3 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 7 \\ A(-1) &= 3 \times 1 + 5 + 7 \\ A(-1) &= 3 + 5 + 7 \\ A(-1) &= 15 \end{aligned}$$

Pour $x = \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} A(\sqrt{2}) &= 3 \times (\sqrt{2})^2 - 5 \times (\sqrt{2}) + 7 \\ A(\sqrt{2}) &= 3 \times 2 - 5\sqrt{2} + 7 \\ A(\sqrt{2}) &= 6 - 5\sqrt{2} + 7 \\ A(\sqrt{2}) &= 6 + 7 - 5\sqrt{2} \\ A(\sqrt{2}) &= 13 - 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

4.4. La propriété de distributivité

a) La distributivité simple

Propriété de distributivité simple :

Pour multiplier un nombre par une somme ou une différence, on peut effectuer les calculs de deux manières. On a donc les égalités suivantes, pour tous nombres relatifs a , b et k :

Développement

$$\begin{aligned} k(a+b) &= ka + kb \\ k(a-b) &= ka - kb \end{aligned}$$

Factorisation

Définitions :

Développer une expression algébrique, revient à la transformer en une somme de deux ou plusieurs termes.

Réduire une expression algébrique développée, revient à l'écrire avec un minimum de termes possibles.

Factoriser une expression algébrique, revient à la transformer en un produit de deux ou plusieurs facteurs.

Exemples :

Ex.1°) Développer et réduire les expressions :

$$A(x) = 2(3x - 5) \quad , \quad B(x) = 2x(5x - 4) + 7 \quad \text{et} \quad C(x) = 3x(2x - 4) - 7(x - 1) \quad .$$

D'après la propriété de distributivité simple :

$$\begin{array}{lll} A(x) = 2(3x - 5) & B(x) = 2x(5x - 4) + 7 & C(x) = 3x(2x - 4) - 7(x - 1) \\ A(x) = 2 \times 3x - 2 \times 5 & B(x) = 2x \times 5x - 2x \times 4 + 7 & C(x) = 3x \times 2x - 3x \times 4 - 7 \times x + 7 \times 1 \\ A(x) = 6x - 10 & B(x) = 10x^2 - 8x + 7 & C(x) = 6x^2 - 12x - 7x + 7 \\ & & C(x) = 6x^2 - 19x + 7 \end{array}$$

Ex.2°) Factoriser les expressions :

$$A(x) = 8x - 12 \quad , \quad B(x) = 2x^2 - 3x \quad \text{et} \quad C(x) = 15x^2 - 20x \quad .$$

Un facteur commun numérique	Un facteur commun littéral	Un facteur commun numérique et un littéral
$A(x) = 8x - 12$	$B(x) = 2x^2 - 3x$	$C(x) = 15x^2 - 20x$
$A(x) = 4 \times 2x - 4 \times 3$	$B(x) = x \times 2x - x \times 3$	$C(x) = 5 \times x \times x - 5 \times 4 \times x$
$A(x) = 4(2x - 3)$	$B(x) = x(2x - 3)$	$C(x) = 5 \times x(x - 4)$
$A(x) = 4(2x - 3)$	$B(x) = x(2x - 3)$	$C(x) = 5x(x - 4)$

b) La distributivité double

Propriété de distributivité simple :

Pour tous nombres relatifs a , b , c et d , on a :

$$\begin{aligned} (a+b)(c+d) &= ac + ad + bc + bd \\ (a+b)(c-d) &= ac - ad + bc - bd \end{aligned}$$

En respectant *la règle des signes*

Ex.3°) Développer et réduire les expressions : $A(x) = (2x-3)(3x-4)$

$$\begin{aligned} A(x) &= (2x-3)(3x-4) \\ A(x) &= 2x \times 3x - 2x \times 4 - 3 \times 3x + 3 \times 4 \\ A(x) &= 6x^2 - 8x - 9x + 12 \\ A(x) &= 6x^2 - 17x + 12 \end{aligned}$$

4.5. Identités remarquables

Propriété :

Pour tous nombres relatifs a et b , on a :

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Développement}} \\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{I.R.n}^\circ 1 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{I.R.n}^\circ 2 \\ (a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{I.R.n}^\circ 3 \\ \xleftarrow{\text{Factorisation}} \end{array}$$

Ex.4°) Développer et réduire les expressions : $A(x) = (2x-3)^2$ et $B(x) = (3x+2)^2 - 3x(x-1)$

$A(x)$ est une IR n°2, donc :	$B(x)$ contient une IR n°1, donc :
$A(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$	$B(x) = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - 3x \times x + 3x \times 1$
$A(x) = 4x^2 - 12x + 9$	$B(x) = 9x^2 + 12x + 4 - 3x^2 + 3x$
	$B(x) = 6x^2 + 15x + 4$

Ex.5°) Factoriser les expressions :

$$A(x) = 4x^2 - 9 \quad , \quad B(x) = 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{et} \quad C(x) = (4x-3)^2 - (2x+2)^2$$

<p>$A(x)$ Contient deux termes et un signe « - ». C'est une IR n°3, donc :</p> $A(x) = 4x^2 - 9$ $A(x) = (2x)^2 - 3^2 \quad A(x) = (2x-3)(2x+3)$	<p>$B(x)$ Contient trois termes et un signe « - ». Elle ressemble à une IR n°2, donc :</p> $B(x) = 4x^2 - 12x + 9$ $B(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$ $B(x) = (2x-3)^2$
---	--

$C(x)$ Est une différence de deux carrés. Elle ressemble à une IR n°3, avec $a = (4x-3)$ et $b = (2x+2)$, donc :

$$C(x) = [(4x-3) - (2x+2)][(4x-3) + (2x+2)]$$

Les crochets jouent le rôle de « grandes parenthèses ».

On supprime les parenthèses pour réduire à l'intérieur des crochets. Attention aux signes.

$$C(x) = (4x-3-2x-2)(4x-3+2x+2)$$

$$C(x) = (2x-5)(6x-1)$$

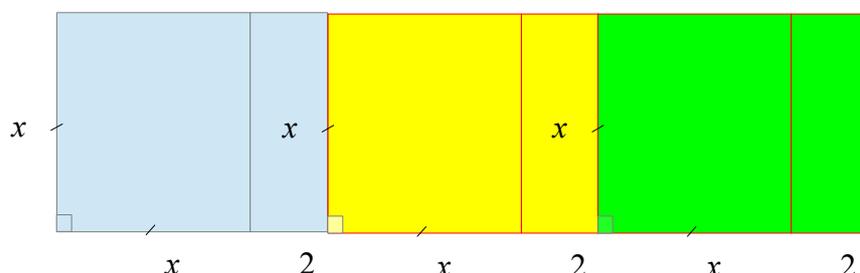
C'est une expression factorisée !

CQFD !

4.6. Changement de registre

La figure suivante est formée de trois parties identiques formées chacune d'un carré et d'un rectangle juxtaposé (collé) ayant un côté de longueur 2.

Exprimer l'aire de la figure en trois couleurs.



Une expression algébrique peut être écrite de différentes façons. On dit dans différents registres :

- Le registre du **langage courant** :

Si on choisit un nombre, « *A est égale au triple de la somme du carré du nombre choisi et du double de ce nombre* ».

- Le registre du **langage formel** : *A est exprimé avec des formules, c'est du calcul littéral !*

Si on appelle x le nombre choisi, alors $A(x) = 3(x^2 + 2x)$.

- Le registre de l'**algorithmique** : *C'est un petit programme qui permet d'afficher la valeur de A pour chaque valeur choisie du nombre.*

Choisir un nombre Élever ce nombre au carré Ajouter le double du nombre Multiplier le résultat obtenu par 3 Afficher le résultat
--

Bien évidemment, il y a d'autres manières de trouver le même résultat. Donc, d'autres programmes,...

- Le registre **graphique** : A partir de l'expression algébrique, on construit une courbe avec un logiciel ou sur une calculatrice. On peut lire $A(x)$ pour chaque valeur de x .

On peut passer d'un registre à un autre, comme un traducteur qui transcrit un texte d'une langue à une autre.