

Dans une usine, à la fin d'une chaîne de fabrication, on effectue deux tests de qualité T_1 et T_2 .

Chaque pièce fabriquée sur la chaîne subit les deux tests.

95% des pièces fabriquées sur la chaîne réussissent le test T_1 .

Parmi les pièces ayant réussi le test T_1 , 99% réussissent le test T_2 .

Parmi les pièces ayant échoué au test T_1 , 98% réussissent le test T_2 .

Étant donnée une pièce, on note aussi T_1 l'événement "la pièce réussit le test T_1 " et T_2 "la pièce réussit le test T_2 ".

Les résultats seront donnés à 10^{-4} près.

1.
 - a. Calculer la probabilité de l'événement S : " la pièce franchit avec succès les deux tests".
 - b. Calculer la probabilité qu'une pièce réussisse le test T_2 .
 - c. Les événements T_1 et T_2 sont-ils indépendants ?
 - d. On choisit une pièce ayant réussi le test T_2 . Quelle est la probabilité qu'elle ait réussi le test T_1 ?

2. Les pièces ayant réussi les deux tests sont commercialisées au prix de 10 euros. Celles n'ayant réussi que l'un des deux tests sont vendues au prix promotionnel de 5 euros. Les autres sont jetées.
Étant donnée une pièce, on note X la variable aléatoire correspondant à son prix de vente.
 - a. Donner (sous forme d'un tableau) la loi de probabilité de X .
 - b. Calculer l'espérance $E(X)$ de X . Interpréter.

3. Dans cette question, on suppose que la probabilité $P(S)$ qu'une pièce ait réussi les deux tests est égale à 0,9405. On dispose d'un carton de 10 pièces dont on ignore la qualité. On note Y la variable aléatoire égale au nombre de pièces du carton qui ont réussi les deux tests.
 - a. Calculer la probabilité que les 10 pièces aient réussi les deux tests.
 - b. Calculer la probabilité qu'exactly 7 pièces aient réussi les deux tests.
 - c. Calculer la probabilité qu'au moins une pièce ait réussi les deux tests.
 - d. Calculer l'espérance $E(Y)$ de Y . Interpréter.

4. Dans cette question, on suppose maintenant que le carton contient 7 pièces ayant réussi les deux tests et 3 pièces n'en ayant réussi qu'un seul ou aucun. On choisit 5 pièces au hasard dans le carton.
 - a. Calculer la probabilité que ces 5 pièces aient réussi les deux tests.
 - b. Calculer la probabilité que, parmi ces 5 pièces, exactement trois aient réussi les deux tests.