Exercice de probabilité sur la loi Binomiale

Enoncé de l'exercice :

Dans une entreprise, il y a 10 imprimantes identiques fonctionnant de façon indépendante tous les jours.
Chaque jour, la probabilité qu'une imprimante tombe en panne est de 0.002
Le risque de panne un jour donné est indépendant des pannes survenues les jours précédents

1. Déterminer la probabilité qu'une imprimante tombe en panne au moins une fois pendant un mois (30 jours)
2. Calculer alors la probabilité qu'aucune des 10 imprimantes ne tombe en panne au moins une fois pendant le mois (30 jours)
3. Déterminer la probabilité que moins de 3 imprimantes tombent en panne au moins une fois pendant le mois (30 jours)
4. Déterminer la probabilité qu'au moins 4 imprimantes tombent en panne au moins une fois pendant le mois (30 jours)

Indication en cas de problème pour répondre :
Répondre à la question n°**1** et utiliser le résultat obtenu dans cette question pour répondre aux autres questions de cet exercice (c'est-à-dire aux questions n°**2** , n°**3** et n°**4**)

Quelques explications pour répondre aux questions de cet exercice :

Question n°1 :
Pour cette question (qui se réfère à une SEULE imprimante qui est *«quelconque»)*
Il faut utiliser une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale $B(30\,,\,0.002)$

Et il faut calculer : $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (0.998)^{30} \approx 0{,}0583$

Question n°2 :
Pour cette question (qui se réfère aux **10** imprimantes qui sont choisies de façon *«complétement»* indépendante)
il faut utiliser une variable aléatoire Y qui suit la loi binomiale $B(10\,,\,p)$ avec $p = 1 - (0.998)^{30} \approx 0{,}0583$

Et il faut calculer : $P(Y = 0) = (1-p)^{10} = \left(1 - 1 + (0.998)^{30}\right)^{10} = 0.998^{300} \approx 0.55$

Question n°3 :
Il faut calculer :

$$P(Y < 3) = P(Y \leq 2) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) = \binom{10}{0} p^0 (1-p)^{10} + \binom{10}{1} p^1 (1-p)^9 + \binom{10}{2} p^2 (1-p)^8 \approx 0{,}98$$

Question n°4 :
Il faut calculer :

$$P(Y \geq 4) = 1 - P(Y < 4) = 1 - P(Y \leq 3) = 1 - \left[P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3)\right] = \ldots\ldots\ldots$$