

EXERCICE d'ENTRAÎNEMENT : CALCULS DE PROBABILITE (nouveau programme)**Exercice 7**

Une machine fabrique un très grand nombre de pièces d'un même modèle. Les résultats approchés seront donnés à 10^{-2} près.

Partie A

Une pièce fabriquée est conforme si son épaisseur est comprise en 14,3 et 15,5 mm. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée, associe son épaisseur en millimètres. La variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne m et d'écart type σ . La moyenne m dépend du réglage de la machine.

1. Dans cette question, on suppose que $\sigma = 0,35$. De plus, la machine a été réglée de sorte que $m = 15$.
 - (a) Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée soit conforme.
 - (b) Calculer le nombre réel positif h tel que $p(15 - h \leq X \leq 15 + h) = 0,95$.
2. La machine est désormais réglée de sorte que $m = 14,9$.
Quel devrait être alors l'écart type pour que le pourcentage de pièces conformes soit égal à 90% ?

Partie B

On admet que la proportion de pièces conformes dans la production d'une journée est de 90%. On prélève au hasard un lot de 50 pièces dans la production pour vérification de l'épaisseur. La production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On désigne par Y la variable aléatoire prenant le nombre de pièces non conformes dans ce lot.

1. Déterminer la loi de Y .
2. Calculer la probabilité qu'il y ait exactement deux pièces non conformes dans ce lot.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 3 pièces soient non conformes dans ce lot.

Partie C

Pour améliorer sa production, l'usine achète une deuxième machine. On sait que 40% des pièces sont fabriquées par la première machine M_1 , les autres pièces étant fabriquées par la nouvelle machine M_2 . Par ailleurs, 90% des pièces fabriquées par la machine M_1 sont conformes. De plus, une étude faite sur la production journalière globale de l'usine a montré que 6% des pièces produites sont non conformes. On prélève au hasard une pièce dans la production journalière globale de l'usine. On définit les événements suivants :

- A : « La pièce prélevée provient de la machine M_1 . »
 - \bar{A} : « La pièce prélevée provient de la machine M_2 . »
 - C : « La pièce est conforme. »
1. Montrer que la probabilité que la pièce prélevée provienne de la machine M_1 et soit non conforme est 0,04.
 2. Calculer la probabilité que la pièce prélevée provienne de la machine M_1 sachant que cette pièce est conforme.
 3. Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.