POURCENTAGES - COURS

Les pourcentages sont présents dans la vie de tous les jours.

Ils permettent de ramener à 100 (ordre de grandeur familier) des comparaisons et des variations

1) Pourcentages et proportions

Un pourcentage est un **RAPPORT DE PROPORTIONNALITE** ramené à 100

On peut l'écrire sous la forme d'une fraction décimale dont le dénominateur est 100.

Remarque :

Il existe des « pour mille »

Exemple :

Si, dans une classe de 25 élèves, 40 % sont des garçons, combien représentent-ils ?

On peut dresser le **tableau de proportionnalité** suivant :

Pourcentages	100 %	40 %
élèves	25	?

et effectuer le calcul ? = $25\times\frac{40}{100}$ = 10. **Il y a donc 10 garçons dans la classe**

L'utilisation d'un tableau de proportionnalité (et des fameux produits en croix) est une méthode qui permet à coup sûr de résoudre les problèmes posés. Cette remarque nous permet d'énoncer les deux règles suivantes :

Règle 1: Pour prendre les p % d'une quantité a, on effectue le calcul $a\times\frac{p}{100}$

Règle 2: Pour trouver le pourcentage que a représente par rapport à b, on effectue le calcul $\frac{a}{b}\times100$

jgcuaz@hotmail.com

2) Variations en pourcentages

Exemple d'introduction :

Un livre coûte 15 €. Son prix augmente de 20 %. Combien coûte-t-il à présent ?

On a vu que les 20 % de 15 € représentent $15\times\frac{20}{100}=3\,€$

Le livre coûte donc maintenant 15 € + 3 € =18 €

Si le prix du livre diminue de 20 %, alors il coûtera 15 € - 3 € =12 €

ASTUCE D'ECRITURE :

Si le prix du livre était de 15 €, et qu'il augmente de 20 %, alors le nouveau prix est égal à :

$$15+15\times\frac{20}{100}=15\times1+15\times\frac{20}{100}=15\times\left(1+\frac{20}{100}\right)=\boxed{15\times1,20}$$

L'augmentation de 20% se traduit par une multiplication par 1,20.

Ce nombre est appelé COEFFICIENT MULTIPLICATEUR associé à l'augmentation de 20%

Si le prix du livre diminue de 20 % alors il devient égal à

$$15-15\times\frac{20}{100}=15\times1-15\times\frac{20}{100}=15\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=\boxed{15\times0,80}$$

Règles 3 : Soit a une quantité

Alors la quantité a augmentée de p % vaut $b=a\times\left(1+\frac{p}{100}\right)$

La quantité a diminuée de p % vaut $b=a\times\left(1-\frac{p}{100}\right)$

Les nombres $1+\frac{p}{100}$ et $1-\frac{p}{100}$ sont appelés les coefficients multiplicateurs associés à la baisse et à la hausse de p %

A RETENIR :

Règles 3

Augmenter de p % revient à multiplier par $1+\frac{p}{100}$

Diminuer de p % revient à multiplier par $1-\frac{p}{100}$

jgcuaz@hotmail.com

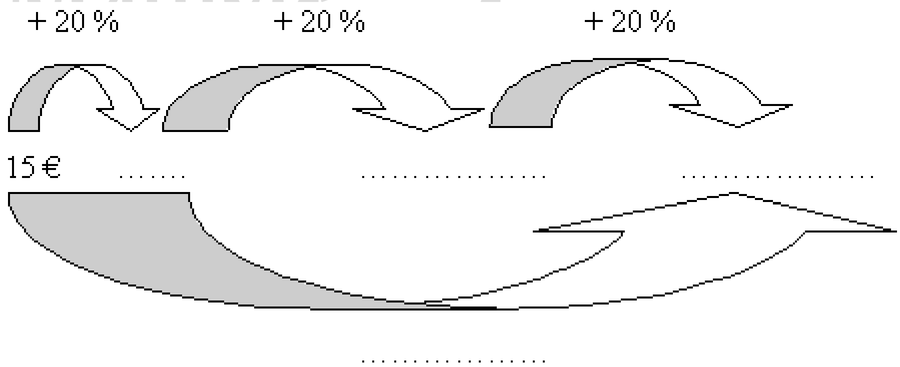
3) Une formule

A RETENIR :

On obtient le pourcentage de variation d'une quantité en effectuant le calcul $\boxed{\dfrac{\text{Valeur finale-Valeur initiale}}{\text{Valeur initiale}}\times 100}$

4) Itérations de pourcentages

Compléter le schéma suivant :



On peut ainsi énoncer les règles suivantes :

Règles 4 :

Une quantité A augmentée n fois successivement d'un même pourcentage p devient égale à

$$A\times\underbrace{\left(1+\frac{p}{100}\right)\times\left(1+\frac{p}{100}\right)\times\left(1+\frac{p}{100}\right).......\times\left(1+\frac{p}{100}\right)}_{n\ \ fois}=A\times\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$$

Une quantité A diminuée n fois successivement d'un même pourcentage p devient égale à

$$A\times\underbrace{\left(1-\frac{p}{100}\right)\times\left(1-\frac{p}{100}\right)\times\left(1-\frac{p}{100}\right).......\times\left(1-\frac{p}{100}\right)}_{n\ \ fois}=A\times\left(1-\frac{p}{100}\right)^n$$

<u>Exemple</u>

Une somme d'argent de 500 € est placée sur un compte rémunéré à 4% l'an.

Au bout de la première année, la somme d'argent, augmentée de ses intérêts devient égale à : $500\times 1,04=520$ €

MAIS lors de la deuxième année, les 4 % ne sont plus calculés sur les 500 € du début, mais sur les 520 €, (On parle alors **<u>d'intérêts composés</u>**) de sorte qu'à la fin de la deuxième année, le capital obtenu s'élève à : $520\times 1,04=500\times 1,04\times 1,04=500\times(1,04)^2$ =540,80 €.

Si le pourcentage d'augmentation reste le même, l'augmentation, elle, n'est pas constante, car ce pourcentage, calculé sur des valeurs <u>de plus en plus grandes</u>, représente une quantité de plus en plus grande.

jgcuaz@hotmail.com

5) Quelques pièges sur les pourcentages

5-1) En règle générale, les pourcentages ne s'ajoutent pas et ne se retranchent pas.

Exemple :

Un objet coûte 100 €. Son prix augmente de 10 %, puis le nouveau prix est diminué de 10%

Quel est son nouveau prix ?

Une erreur serait de croire que 100 € + 10 % - 10 % = 100 € !

En effet, on a 100 € + 10 % = 110 €, et la diminution suivante, de 10 %, sera appliquée aux 110 €,

soit 110 € – 10 % = 110-11 = 99 €.

Moralité :

Une hausse de *p* % et une baisse de *p* % ne se compensent pas :

Exception :

Seuls les pourcentages pourtant sur le même ensemble sont susceptibles de s'ajouter :

Exemple :

Dans une classe de 30 élèves, il y a des élèves bruns, blonds et roux.

50 % élèves sont bruns, et 20 % sont roux.

Quel est le pourcentage d'élèves qui ne sont pas blonds ?

Les élèves bruns représentent $\frac{15\times 100}{30}=50\,\%$ de la classe

Les élèves bruns représentent $\frac{3\times 100}{30}=10\,\%$ de la classe

Les pourcentages ayant été calculés à partir du même ensemble de définition (la classe),
on peut affirmer que 50 % + 10 % = 60 % des élèves ne sont pas blonds.

5-2) *n* augmentations de *p* % ne sont pas équivalentes à une augmentation de *np* %

C'est l'erreur la plus fréquemment commise

Reprenant l'exemple de la somme d'argent placée à la banque, 2 augmentations successives de 4% **n'ont pas été égales** à une augmentation de 8 %.

Pour connaître leur effet sur une somme, il convient de calculer : $(1,04)^2=1,0816$

Ceci nous permet d'affirmer que 2 augmentations successives de 4% sont équivalentes à une augmentation de 8,16 %.

jgcuaz@hotmail.com