

# Statistiques

## 1 Intervalle de fluctuation

Si la variable aléatoire  $X_n$  suit une loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$  et si l'on se trouve dans les conditions de l'approximation normale de la loi binomiale ( $n \geq 30$ ,  $np \geq 5$  et  $n(1-p) \geq 5$ ), on définit alors l'**intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %** par :

$$I_n = \left[ p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$$

Cette intervalle peut éventuellement être simplifié par :

$$J_n = \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

## 2 Prise de décision

Soit  $f_{\text{obs}}$  la fréquence d'un caractère observée d'un échantillon de taille  $n$  d'une population donnée. On suppose que les conditions de l'approximation normale de la loi binomiale sont remplies :  $n \geq 30$ ,  $np \geq 5$  et  $n(1-p) \geq 5$ .

### Hypothèse :

La proportion du caractère étudié dans la population est  $p$ .

Soit  $I_n$  l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

- Si  $f_{\text{obs}} \in I_n$  ; on ne peut rejeter l'hypothèse faite sur  $p$ .
- Si  $f_{\text{obs}} \notin I_n$  ; on rejete l'hypothèse faite sur  $p$ .

## 3 Estimation - Intervalle de confiance

Pour des raisons de coût et de faisabilité, on ne peut étudier un certain caractère sur l'ensemble d'une population. La proportion  $p$  de ce caractère est donc inconnue.

On cherche alors à estimer  $p$  à partir d'un échantillon de taille  $n$ . On calcule alors la fréquence  $f_{\text{obs}}$  des individus de cet échantillon ayant ce caractère.

On observe la fréquence  $f_{\text{obs}}$  sur un échantillon de taille  $n$ . On appelle **intervalle de confiance de 95%** l'intervalle :

$$\left[ f_{\text{obs}} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{\text{obs}} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Si l'on souhaite encadrer  $p$  dans un intervalle de longueur  $a$ , on doit

avoir :  $n \geq \frac{4}{a^2}$