Résoudre l'exercice suivant :

Exercice 5

Le tableau suivant donne les effectifs des notes obtenues dans une classe en Maths et en Physique :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Maths	0	0	0	0	1	0	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1	0	0	0	0
Physique	0	1	0	0	2	0	1	2	1	1	4	2	2	0	3	2	1	0	1	0	1

Le but de l'exercice est de comparer la dispersion des notes en Maths et en Physique.

1. Utilisation des quartiles
   a) Calculer médiane m_e et quartiles Q_1 et Q_3 en Maths
   b) Calculer médiane m_e' et quartiles Q_1' et Q_3' en Physique
   c) Représenter les diagrammes en boîte des notes en Maths et en Physique. Interpréter.
2. Utilisation des écarts-types
   a) Calculer la moyenne m des notes en Maths et la moyenne des notes m' en Physique. Interpréter.
   b) Calculer l'écart-type s des notes en Maths et l'écart-type s' des notes en Physiques. Interpréter. (On considérera que les notes en Maths et les notes en Physique sont des grandeurs comparables et qu'il n'y a pas lieu de relativiser les écarts-types en utilisant des coefficients de variations)

Méthode :

1) Pour calculer la médiane écrire toutes les notes qui sont impliqués dans le calcul de cette médiane et prendre la note (ou la moyenne de 2 notes) qui partage la série en 2 sous séries de même cardinal (qui contiennent le même nombre de notes, c'est à dire 12 dans cet exercice)

2) et 3) Pour calculer la moyenne calculer la moyenne pondérée : $\bar{x} = \dfrac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$

Pour calculer l'écart type, il faut calculer la variance car $\sigma = \sqrt{V}$

Pour calculer $\bar{x}$, V et σ, écrire le tableau de calculs suivant (pour les notes de maths) et calculer la variance en utilisant la formule suivante : $V = \overline{(x^2)} - (\bar{x})^2 = \dfrac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - (\bar{x})^2$

														Total
Effectifs	n_i	1	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1	24
Notes de Maths	x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
	$n_i x_i$	4	6	7	34	36	40	44	36	26	28	15	16	249
	x_i^2	16	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	
	$n_i x_i^2$	16	36	49	192	324	400	121	432	338	392	225	256	2781

$$\bar{x} = \frac{249}{24} \approx 10,4 \quad \text{et} \quad V_x \approx \frac{2781}{24} - (10,4)^2 \approx 7,7 \quad \text{et} \quad \sigma_x \approx \sqrt{7,7} \approx 2,8$$

La formule $V = \dfrac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - (\bar{x})^2$ (***formule de Koenig***) permet de faire des calculs plus précis et plus simples que la formule donnée par la définition de la variance, c'est-à-dire

$V = \dfrac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}$ **(conseil : refaire un tableau et le calcul de la variance avec cette formule)**