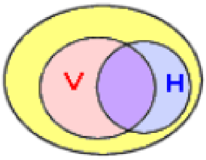
CORRECTION Exercice 1

1. Les 1000 issues de l'expérience sont décrites par le diagramme ci-contre.
   L'univers est l'intérieur de la grande ellipse.
   V est la zone rose ou violine.
   H est la zone bleue ou violine.
   $V \cap H$ est la zone violine.
   E est la zone jaune.



2. $V \cap H$: "le client a souscrit le contrat Véhicule et le contrat Habitation".
   $V \cup H$: "le client a souscrit le contrat Véhicule ou le contrat Habitation (ou les 2)".

3. $\text{Card}\,\Omega = 1000$. Il y a équiprobabilité.
   $\text{Card V} = 800$. Donc: $p(V) = \frac{800}{1000} = 0,80$.
   $\text{Card H} = 700$. Donc: $p(H) = \frac{700}{1000} = 0,70$.
   $\text{Card V}\cap\text{H} = 650$. Donc: $p(V \cap H) = \frac{650}{1000} = 0,65$.
   $p(V \cup H) = p(V) + p(H) - p(V \cap H) = 0,80 + 0,70 - 0,65 = 0,85$.

4. E est l'évènement contraire de $V \cup H$.
   $p(E) = 1 - p(V \cup H) = 1 - 0,85 = 0,15$.

5. En lisant la première ligne du contrat, le courtier comprend que le client a souscrit le contrat Véhicule".
   L'univers se réduit donc aux 800 issues de V, qui sont équiprobables.
   Parmi celles-ci, 650 issues sont favorables.
   Donc la probabilité cherchée est $\frac{650}{800} = 0,8125$.

CORRECTION Exercice 2

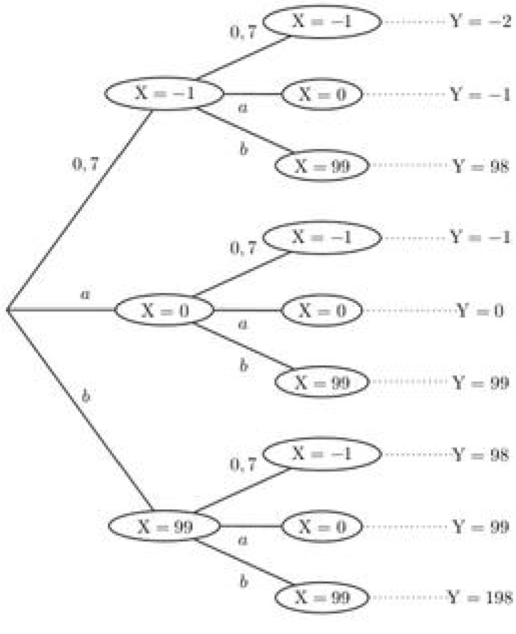
1.a. On a: $p(X=-1)=0,7$ et $p(X=0)=a$ et $p(X=99)=b$.
On sait que: $p(X=-1)+p(X=0)+p(X=99)=1$ (1).
D'autre part, en moyenne, sur un grand nombre de partie, le joueur perd $0,5$ euro par partie.
Par conséquent, l'espérance de X vaut $-0,5$ euros.
On a donc: $E(X)=-0,8$ (2).

L'égalité (1) donne: $0,7+a+b=1$, et par là: $a=0,3-b$.
L'égalité (2) donne: $0,7\times(-1)+a\times 0+b\times 99=-0,5$.
Et par là: $-0,7+99b=-0,5$
Et donc: $b=\frac{0,2}{99}=\frac{1}{495}\approx 0,0020$
Et par là, en reportant dans (1): $a=0,3-\frac{1}{495}=\frac{295}{990}\approx 0,2980$.
Finalement: $b=\frac{1}{495}\approx 0,002$ et $a=\frac{295}{990}\approx 0,298$.

1.b. A la calculatrice, on obtient: $\sigma=4,5$ (euros).
Avec ma calculatrice en mode STAT, je rentre dans la liste 1 les valeurs de X (-1, 0 et 99), et dans la liste 2 les valeurs des probabilités associées (ou, si votre vieille calculatrice plante, des valeurs proportionnelles aux probabilités associées comme 693, 2 et 295)
Pour le plaisir, il est possible de faire le calcul à la main:
$V(X)=0,7\times(-1)^2+a\times 0^2+b\times 99^2-(E(X))^2$
Soit: $V(X)=0,7\times(-1)^2+\frac{295}{990}\times 0^2+\frac{1}{495}\times 99^2-(-0,5)^2=20,25$
Et: $\sigma=\sqrt{V(X)}=\sqrt{20,25}=4,5$

1.c. En moyenne, sur un grand nombre de parties, un joueur perdra sensiblement le même montant (0,5 euro) sur chacune des machines, car leurs espérances sont très proches.
Par contre, l'écart-type de la machine BANDYMANCHO est très supérieur à celui de la machine ARNAK. Le jeu y est donc plus risqué *(les valeurs sont plus dispersées autour de l'espérance; il est possible que l'on puisse y gagner plus, mais avec une probabilité plus faible).*

2. Les deux parties sont indépendantes. Pour chacune d'elle, il y a trois éventualités:
$X=-1$, $X=0$ et $X=99$, dont les probabilités sont:
$p(X=-1)=0,7$, $p(X=0)\approx 0,298$ et $p(X=99)\approx 0,002$.
On peut construire l'**arbre de probabilités** suivant:



La probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilit
On obtient alors: $p(Y=-2)=0,7\times 0,7=0,49$ $p(Y=-1)=0,7\times a+$
$p(Y=0)=a\times a=\frac{295^2}{990}=\frac{87025}{980100}\approx 0,089$ $p(Y=98)=0,7\times b+b\times 0,7\approx$
$p(Y=99)=a\times b+b\times a=\frac{590}{490050}\approx 0,0012$ $p(Y=198)=b\times b=\frac{1}{245025}$

L'espérance de Y vérifie l'égalité:
$E(Y)=p(Y=-2)\times(-2)+p(Y=-1)\times(-1)+p(Y=0)\times 0+p(Y=98)\times 98+p(Y=99)\times 99+p(Y=198)\times 198$
Soit: $E(Y)=0,49\times(-2)+\frac{413}{990}\times(-1)+\frac{87025}{980100}\times 0+\frac{14}{4950}\times 98+\frac{590}{490050}\times 99+\frac{1}{245025}\times 198=-1$
En moyenne, sur un grand nombre de parties doubles, le joueur perd 1 euro par partie double.
Autre méthode: *on utilise la **linéarité** de l'espérance.*
On a: $Y=X+X=2X$, et par là: $E(Y)=E(2X)=2E(X)=2\times(-0,5)=-1$

CORRECTION Exercice 3

1. L'expérience consiste à répéter 60 fois de manière **indépendante** une expérience à 2 issues:
S: "la personne souscrit au forfait"
E:" la personne ne souscrit pas au forfait".
On a $p(S) = 0,12$.
On en déduit que X suit une **loi binomiale** de paramètres $n = 60$ et $p = 0,12$.

2. A la calculatrice, on obtient: $p(X = 5) \approx 0,120$.

3.On cherche $p(X \geq 1)$.
Or $p(X \geq 1) = 1 - p(X<1) = 1 - p(X = 0)$.
Et à la calculatrice, on obtient: $p(X = 0) \approx 0,0005$.
Donc $p(X \geq 1) \approx 0,9995$.