

EXERCICE 1 : (4 points)

Commun à tous les candidats

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1) On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et, pour tout nombre entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4.$$

On pose, pour tout nombre entier naturel n , $v_n = u_n - 6$.

a) Pour tout nombre entier naturel n , calculer v_{n+1} en fonction de v_n .

Quelle est la nature de la suite (v_n) ?

b) Démontrer que pour tout nombre entier naturel n , $u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.

c) Étudier la convergence de la suite (u_n) .

2) On considère la suite (w_n) dont les termes vérifient, pour tout nombre entier $n \geq 1$:

$$n w_n = (n+1) w_{n-1} + 1 \text{ et } w_0 = 1.$$

Le tableau suivant donne les dix premiers termes de cette suite.

w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

a) Détailler le calcul permettant d'obtenir w_{10} .

b) *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Donner la nature de la suite (w_n) . Calculer w_{2009} .