

I SUITE CROISSANTE, DECROISSANTE, MAJOREE, MINOREE

1 Définition d'une suite croissante suite décroissante

La suite U est dite croissante si et seulement si pour tout n de \mathbb{N} $U_{n+1} \geq U_n$.

La suite U est dite décroissante si et seulement si pour tout n de \mathbb{N} $U_{n+1} \leq U_n$.

2 Définition d'une suite majorée, suite minorée, suite bornée

La suite U est dite majorée si et seulement si il existe un réel M tel que pour tout n de \mathbb{N} $U_n \leq M$.

M est un **majorant** de la suite U

La suite U est dite minorée si et seulement si il existe un réel m tel que pour tout n de \mathbb{N} $m \leq U_n$.

m est un **minorant** de la suite U

La suite U est dite bornée si et seulement si elle est minorée et majorée.

3 Définition d'une suite convergente

La suite U est dite convergente si et seulement si il existe un réel l tel que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$.

4 Théorème

Toute suite croissante et majorée converge

Toute suite décroissante et minorée converge

II SUITE ARITHMETIQUE ET GEOMETRIQUE

1 Définition suite arithmétique

La suite U est dite arithmétique de raison r si et seulement si pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} = U_n + r$.

2 Définition suite géométrique

La suite U est dite géométrique de raison q si et seulement si pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} = U_n \times q$.

3 Terme général

soit une suite U arithmétique de raison r de premier terme U_0 . On a : $U_n = U_0 + n \times r = U_p + (n - p) \times r$.

soit une suite V géométrique de raison q de premier terme V_0 . On a : $V_n = V_0 \times q^n = V_p \times q^{n-p}$.

4 Somme des termes :

soit une suite U arithmétique de raison r . On a : $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = (n + 1) \times \frac{U_n + U_0}{2}$

$U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + \dots + U_n = (n - p + 1) \times \frac{U_n + U_p}{2} = \text{nombre de termes} \times \text{moyenne des termes extrêmes}$.

soit une suite V géométrique de raison q . On a : $V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n = V_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

5 Limites et sens de variation

U est une suite arithmétique de raison $r \neq 0$.

Remarque : Si $r = 0$ alors U est constante

Si $r > 0$ alors U est croissante et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$.

Si $r < 0$ alors U est décroissante et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$

V est une suite géométrique de raison q (avec $q \neq 1$ et $q \neq 0$) de premier $V_0 > 0$

Remarque : Si $q = 0$ ou $q = 1$ alors V est constante.

Si $q < 0$ alors V n'est ni croissante ni décroissante.

Si $q > 0$ et $q \neq 1$ alors V est croissante.

Si $-1 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$.

Si $q \leq -1$ alors V n'a pas de limite.

Si $1 < q$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$.