

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2013

MATHÉMATIQUES

Série ES/L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5 (ES), 4 (L)

ES : ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

L : ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.**

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

EXERCICE 1

(5 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Reporter sur le sujet le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = xe^{-x}$.

1. L'image $f(\ln 2)$ de $\ln 2$ par f est égale à :
 - a) $\ln 2$
 - b) $-2 \ln 2$
 - c) $2 \ln 2$
 - d) $\frac{1}{2} \ln 2$
2. f est dérivable sur $\mathbf{R}$ et on note f' sa fonction dérivée. Alors, pour tout nombre réel x , on a :
 - a) $f'(x) = e^{-x}$
 - b) $f'(x) = -e^{-x}$
 - c) $f'(x) = (1 - x)e^{-x}$
 - d) $f'(x) = (1 + x)e^{-x}$
3. L'équation réduite de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 0 est :
 - a) $y = 2x$
 - b) $y = x - 1$
 - c) $y = x$
 - d) $y = 2x - 1$
4. La fonction f est :
 - a) concave sur $[0 ; 1]$
 - b) concave sur $[0 ; +\infty[$
 - c) convexe sur $[0 ; +\infty[$
 - d) convexe sur $[0 ; 1]$
5. L'intégrale $\int_0^1 f(x)dx$ est égale à :
 - a) $e - 5$
 - b) 5
 - c) $\frac{e-2}{e}$
 - d) 1

EXERCICE 2

(5 points)

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Une agence de voyage propose des formules week-end à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion + hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non leur formule par une option « visites guidées ».

Une étude a produit les données suivantes :

- 40% des clients optent pour la formule « avion + hôtel » et les autres pour la formule « train + hôtel » ;
- parmi les clients ayant choisi la formule « train + hôtel », 50% choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- 12 % des clients ont choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées ».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule week-end à Londres. On note :

A l'événement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » ;

T l'événement : le client interrogé a choisi la formule « train + hôtel » ;

V l'événement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées ».

- a) Quelle est la probabilité de l'événement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » ?
 - b) Calculer la probabilité $P_A(V)$.
 - c) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- a) Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.
 - b) Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées ». Arrondir le résultat au millième.
- L'agence pratique les prix (par personne) suivants :

Formule « avion + hôtel » : 390 €

Formule « train + hôtel » : 510 €

Option « visites guidées » : 100 €

Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle espérer obtenir avec 50 clients qui choisissent un week-end à Londres ?

EXERCICE 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

La production des perles de culture de Tahiti est une activité économique importante pour la Polynésie Française.

Les montants réalisés à l'exportation des produits perliers de 2008 à 2011 sont donnés dans le tableau suivant, en milliers d'euros :

Années	2008	2009	2010	2011
Valeurs brutes des produits perliers (en milliers d'euros)	81 295	66 052	64 690	63 182

Source : ISPF (Institut de Statistiques de Polynésie Française)

1. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen des montants à l'exportation des produits perliers de Polynésie entre 2008 et 2011 est $-8,06\%$ arrondi au centième.

On admet pour la suite de l'exercice, que la production continuera à baisser de 8% par an à partir de 2011.

2. On considère l'algorithme suivant :

Entrée

Saisir un nombre positif P

Traitement :

Affecter la valeur 0 à la variable N {initialisation}

Affecter la valeur 63 182 à U {initialisation}

Tant que $U > P$

Affecter la valeur $N + 1$ à N

Affecter la valeur $0,92 \times U$ à U

Fin de Tant que

Affecter la valeur $N + 2011$ à N

Sortie

Afficher N

Si on saisit $P = 50\,000$ en entrée, qu'obtient-on en sortie par cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de la production de perles.

3. Pour prévoir les montants réalisés à l'exportation des perles de Tahiti, on modélise la situation par une suite (u_n) . On note u_0 le montant en 2011, en milliers d'euros, et u_n le montant en $2011 + n$, en milliers d'euros. On a donc $u_0 = 63\,182$ et on suppose que la valeur baisse tous les ans de 8% .
 - a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - b) Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .
 - c) Avec ce modèle, quel montant peut-on prévoir pour l'exportation des produits perliers de Polynésie Française en 2016 ? On arrondira le résultat au millier d'euros.
4. Calculer le montant cumulé des produits perliers exportés que l'on peut prévoir avec ce modèle à partir de 2011 (comprise) jusqu'à 2020 (comprise). On donnera une valeur approchée au millier d'euros.

EXERCICE 4 (5 points)

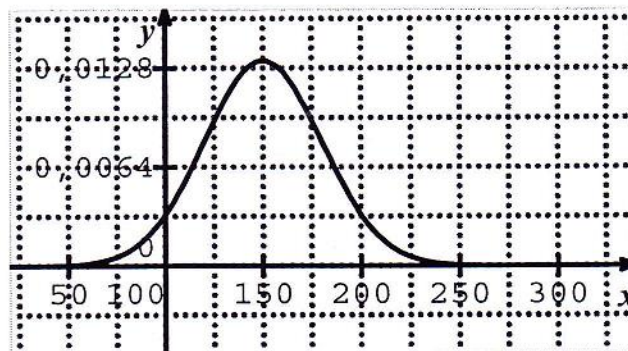
Commun à tous les candidats

On s'intéresse à une espèce de poissons présente dans deux zones différentes (zone 1 et zone 2) de la planète.

A. Étude de la zone 1

On note X la variable aléatoire qui à chaque poisson observé dans la zone 1 associe sa taille en cm.

Une étude statistique sur ces poissons de la zone 1 a montré que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 30$. La courbe de la densité de probabilité associée à X est représentée ci-contre.



1. Par lecture graphique, donner la valeur de μ .
2. On pêche un de ces poissons dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2} , d'avoir un poisson dont la taille est comprise entre 150 cm et 210 cm.
3. Un poisson de cette espèce de la zone 1 est considéré comme adulte quand il mesure plus de 120 cm.

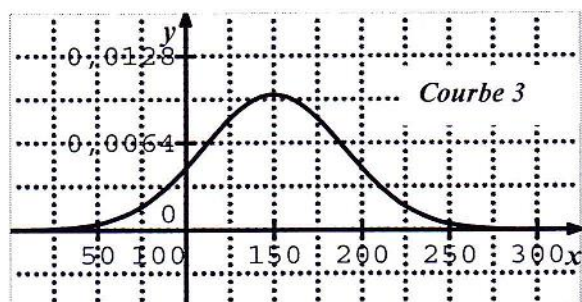
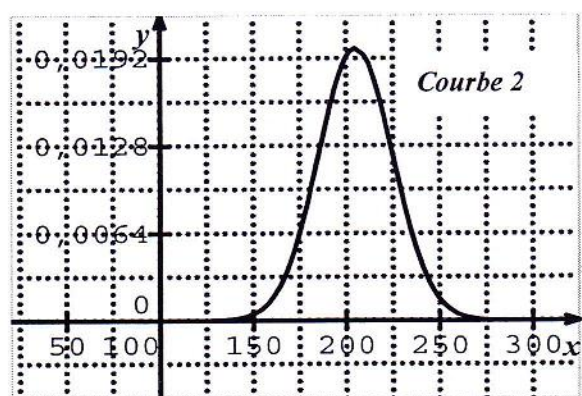
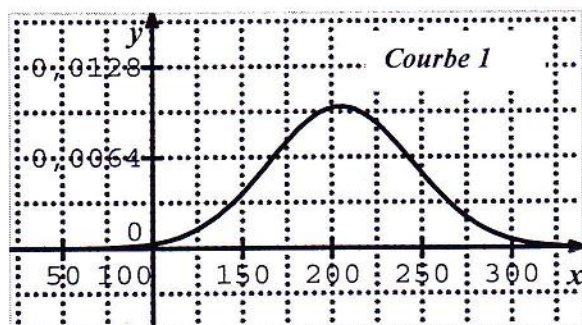
On pêche un poisson de l'espèce considérée dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2} , de pêcher un poisson adulte.

4. On considère un nombre k strictement plus grand que la valeur moyenne μ .
Est-il vrai que $P(X < k) < 0,5$? Justifier.

B. Étude de la zone 2

1. Certains poissons de la zone 2 sont atteints d'une maladie. On prélève de façon aléatoire un échantillon de 50 poissons de cette espèce dans la zone 2 et on constate que 15 poissons sont malades.
 - a) Calculer la fréquence f de poissons malades dans l'échantillon.
 - b) Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de 95 %, de la proportion p de poissons malades dans toute la zone 2. On arrondira les bornes au millièème.
2. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque poisson de l'espèce considérée de la zone 2, associe sa taille en cm. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart type $\sigma' = 40$.

En comparant avec le graphique de la zone 1 donné à la question 1 qui représente une loi normale d'écart type $\sigma = 30$, dire laquelle des trois courbes ci-dessous représente la densité de probabilité de la variable aléatoire Y . Justifier la réponse.



EXERCICE 2

(5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Alors qu'une entreprise A possédait le monopole de l'accès à internet des particuliers, une entreprise concurrente B est autorisée à s'implanter.

Lors de l'ouverture au public en 2010 des services du fournisseur d'accès B, l'entreprise A possède 90% du marché et l'entreprise B possède le reste du marché.

Dans cet exercice, on suppose que chaque année, chaque internaute est client d'une seule entreprise A ou B.

On observe à partir de 2010 que chaque année, 15% des clients de l'entreprise A deviennent des clients de l'entreprise B, et 10 % des clients de l'entreprise B deviennent des clients de l'entreprise A.

Pour tout entier naturel n , on note a_n la probabilité qu'un internaute de ce pays, choisi au hasard, ait son accès à internet fourni par l'entreprise A pour l'année $2010 + n$, et b_n la probabilité pour que son fournisseur d'accès en $2010 + n$ soit l'entreprise B.

On note $P_n = (a_n \ b_n)$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010 + n$ et on a ainsi $a_0 = 0,9$ et $b_0 = 0,1$.

PARTIE A

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2.
 - a) Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
 - b) Montrer qu'en 2013, l'état probabiliste est environ $(0,61 \ 0,39)$.
 - c) Déterminer l'état stable $P = (a \ b)$ de la répartition des clients des entreprises A et B. Interpréter le résultat.

PARTIE B

Lors d'une campagne de marketing l'entreprise B distribue un stylo ou un porte-clés ; il en coûte à l'entreprise 0,80 € par stylo et 1,20 € par porte-clés distribué.

A la fin de la journée l'entreprise a distribué 550 objets et cela lui a coûté 540 €.

On cherche le nombre s de stylos et le nombre c de porte-clés distribués.

1. Écrire un système traduisant cette situation.
2. Montrer que le système précédent est équivalent à $R \times X = T$ où $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 1,2 \end{pmatrix}$ et X et T sont des matrices que l'on précisera.
3. Résoudre le système à l'aide de la calculatrice. Interpréter le résultat.