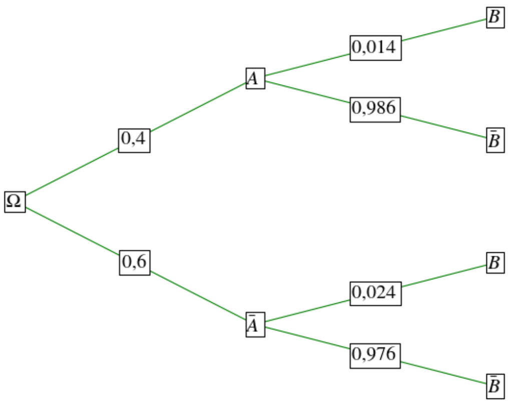
Exercice 1 :

Partie A :

1. a. $p_A(D) = 0,014$ $\quad\quad$ $p_B(D) = 0,024$

b. $p(A) = \dfrac{600}{1500} = 0,4$ $\quad\quad$ $p(B) = \dfrac{900}{1500} = 0,6$

2.



3. a.

$$p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0,4 \times 0,014 = 0,0056$$
$$p(B \cap D) = p(B) \times p_B(D) = 0,6 \times 0,024 = 0,0144$$

3. b. $p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = 0,0056 + 0,0144 = 0,02$

4. $p_D(A) = \dfrac{p(A \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0,0056}{0,2} = 0,028$

Partie B :

1) $P(X < 211) = 0,5 + P(200,5 < X < 211) = 0,5 + 0,49865 = 0,99865 \approx 0,9987$

P(X>211) = 1- P(X<211) = 0.0013

2) $P(195 < X < 205) \approx 0,8427$

3) Loi binomiale de paramètres n= 3 et p = 0,84

$P(X = 2) \approx 0,3387$

Exercice 2 :

1. Vrai

$$c_0 = 2500$$
$$c_1 = 2080$$
$$c_2 \approx 1659$$
$$c_3 \approx 1237$$
$$c_4 \approx 815$$
$$c_5 \approx 392$$
$$c_6 \approx -33$$

Le rang 6 correspond bien à Mars 2014

2. VRAI

$$f(x) = 2x + 1 - \ln x$$
$$f'(x) = 2 - \frac{1}{x}$$
$$f''(x) = -\left(\frac{-1}{x^2}\right) = \frac{1}{x^2} > 0$$

La dérivée seconde est positive donc la fonction est convexe.

3. VRAI

$$F'(x) = \ln\left(x^2\right) = 2\ln x = f(x)$$

4. VRAI

En utilisant la calculatrice ou grâce à la propriété $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma) \approx 0,683$

Exercice 3 :

Partie A :

1) entre 2500 et 3400 poulies

2) le bénéfice maximum est environ 15 100 euros pour 3000 poulies

Partie B :

1. a.

$$B(x) = -5 + (4 - x)e^x$$
$$B'(x) = 0 + (-1)\times e^x + (4 - x)e^x$$
$$B'(x) = e^x(-1 + 4 - x)$$
$$B'(x) = e^x(3 - x)$$

1. b.

x	0		3		3,6
3-x		+	0	−	
exp(x)		+		+	
B'(x)		+	0	−	

1. c.

x	0		3		3,6
B'(x)		+	0	−	
B(x)			15,09		
	-1	↗		↘	9,64

2. a. B est une fonction croissante et continue sur [0 ; 3]. 13 est une valeur intermédiaire entre -1 et 15,09. Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation B(x)=13 admet une unique solution dans l'intervalle [0 ; 3].

De même, pour l'intervalle [3 ; 3,6].

2. b. Les solutions sont : 2,46 et 3,4

Exercice 4 :

1. f(5) = 6,1

2. (6,3-6,1)/6,3 ≈3,2%

3. f(18)≈5,78

4. a. $F(x) = -0,0032 \times \frac{x^4}{4} + 0,06 \times \frac{x^3}{3} + 5x = -0,0008x^4 + 0,02x^3 + 5x$

4. b. $\frac{1}{20} \times (132 - 0) = 6,6$