Correction du Baccalauréat ES 2013
Pondichéry - Avril 2013

Exercice 1. **4 points**

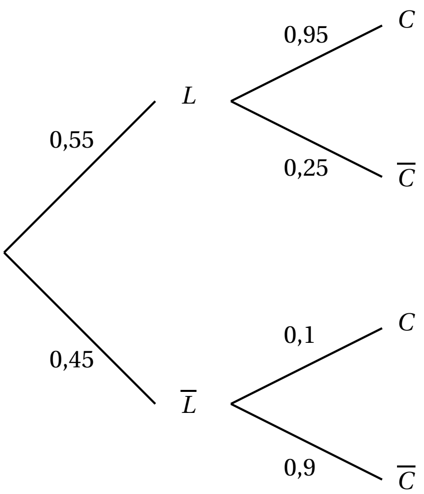
1. F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ si pour tout x réel $F'(x) = f(x)$.
   Or ici $F(x) = \mathrm{e}^{u(x)}$ ce qui donne $F'(x) = u'(x) \times \mathrm{e}^{u(x)}$
   et $\boxed{F'(x) = -2x \times \mathrm{e}^{-x^2}}$ donc la bonne réponse est la réponse B.
2. $h(x) = 0 \iff (7x-23)\mathrm{e}^x = 0$, or $\mathrm{e}^x > 0$ donc $h(x) = 0 \iff 7x - 23 = 0 \iff 7x = 23 \iff x = \frac{23}{7}$
   donc l'équation $\boxed{\text{a une solution sur } [0\ ;\ +\infty[}$ donc la bonne réponse est la réponse B.
3. $I = \left[\mathrm{e}^{3x}\right]_0^1 = \mathrm{e}^{3\times 1} - \mathrm{e}^0$ donc $\boxed{I = \mathrm{e}^3 - 1}$.
   La bonne réponse est la réponse A.
4. Calculons la dérivée seconde de la fonction g soit g''.
   $g'(x) = 3x^2 - 9$ et $g''(x) = 6x$ donc on en déduit le tableau de variation de la fonction g'

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g''		$-$	0	$+$	
g'		$\searrow$		$\nearrow$	

De ce fait :
la fonction g' est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$ donc la fonction g est convexe sur $[0\ ;\ +\infty[$;
la fonction g' est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$ donc la fonction g est concave sur $]-\infty\ ;\ 0]$.
La bonne réponse est la réponse B.

Exercice 2. **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L.



1. L'arbre de probabilités :
2. $P(L \cap C) = P(L) \times P_L(C) = 0,55 \times 0,95$ donc $\boxed{P(L \cap C) = 0,5225}$.
3. $P(C) = P(L \cap C) + P\left(\overline{L} \cap C\right) = 0,5225 + P\left(\overline{L}\right) \times P_{\overline{L}}(C) = 0,5225 + 0,45 \times 0,1$
   donc $\boxed{P(C) = 0,5675}$.
4. $P_C(L) = \frac{P(C \cap L)}{P(C)} = \frac{0,5225}{0,5675}$ donc $\boxed{P_C(L) \approx 0,9207}$.

5. **a.** On sait que $P(C) = 0,5675$ et on choisit 4 élèves au hasard donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,5675$.

b. Pour k entier naturel tel que $0 \leqslant k \leqslant 4$, on sait que $n = 4$, $p = 0,5675$ et $1 - p = 0,4325$ donc :
$p(X = k) = \binom{4}{k} \times 0,5675^k \times 0,4325^{4-k}$.
$\boxed{p(X = 0) \approx 0,0350}$.

c. $\boxed{p(X = 2) \approx 0,3615}$.

Exercice 3. — 5 points

1. Avec $C_0 = 3000$ on obtient $C_1 = \left(1 + \frac{2,5}{100}\right) \times C_0 = 1,025 \times 3000$ soit $\boxed{C_1 = 3075}$.
De même $C_2 = \left(1 + \frac{2,5}{100}\right) \times C_1 = 1,025 \times 3075$ soit $\boxed{C_2 = 3151,88}$.

2. $C_{n+1} = \left(1 + \frac{2,5}{100}\right) \times C_n$ donc $\boxed{C_{n+1} = 1,025 \times C_n}$.
(C_n) est donc une suite géométrique de raison $1,025$ et de premier terme $C_0 = 3000$.
Pour tout entier naturel n on a $C_n = 1,025^n \times C_0$ soit $\boxed{3000 \times 1,025^n}$.

3. **a.**

Valeur de n	0	1	2	3	4
Valeur de U	3 000	3 075	3 152	3 231	3 311
Condition $U \leqslant S$	vrai	vrai	vrai	vrai	faux

b. Le nombre affiché est $2000 + 4 = \boxed{2004}$.

c. Le nombre obtenu est l'année où le capital obtenu dépassera la somme S.

4. Au 1er janvier 2013, le capital est $C_{13} = 1,025^{13} \times 3000 \approx 4135,53 < 5000$.
Le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.

5.
- En 2093 on a : $C_{93} \approx 29815,41$
- En 2094 on a : $C_{94} \approx 30560,79$

Donc le 1er janvier 2094, et pas avant, son capital de 3 000 € a été multiplié par 10.

Exercice 4. — 5 points

PARTIE A

1. La dérivée de la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$.
Donc ici : $f'(x) = 0 - (1 \times e^{-x} + (x+1)(-e^{-x})) = -e^{-x} + xe^{-x} + e^{-x}$ et $\boxed{f'(x) = xe^{-x}}$.

2. $e^{-x} > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de x. On peut dresser le tableau de variation de la fonction f.

x	0		6
f'		+	
f	0	↗	$\approx 0,98$

La fonction f est continue et strictement croissante sur $[0 ; 6]$ avec

x	0		α		6
f	0	↗	0,5	↗	$\approx 0,98$

donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires l'équation $f(x) = 0,5$ admet une unique solution α sur $[0 ; 6]$.

$$\text{On a : } \begin{cases} f(1,678) & \approx 0,4999 & < 0,5 \\ f(1,679) & \approx 5,002 & > 0,5 \end{cases} \text{, donc } \alpha \in]0,4999 ; 5,002[$$

On en déduit que $\boxed{\alpha \approx 1,68}$ à 10^{-2} près.

3. $I = [F(x)]_0^6 = F(6) - F(0) = 6 + 8\mathrm{e}^{-6} - 2$ donc $\boxed{I = 4 + 8\mathrm{e}^{-6} \approx 4{,}020}$.

PARTIE B

1. On cherche donc x tel que $f(x) = 0{,}5$, en utilisant la question **A. 2.** on sait que la solution est $\alpha \approx 1{,}68$ donc au bout de $1{,}68$ mois, soit $1{,}68 \times 30 \approx 50$ jours, la production atteindra 500 unités.
2. La valeur moyenne de la production, exprimée en milliers, est donnée par $\frac{1}{6-0} \times \int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{I}{6} \approx 0{,}670$ soit 670 unités.

PARTIE C

1. $p(X \leqslant 160) = 0{,}5 - p(160 \leqslant X \leqslant 200)$ donc $\boxed{p(X \leqslant 160) \approx 0{,}16}$.
2. $p(X \geqslant 320) = 0{,}5 - p(200 \leqslant X \leqslant 320)$ donc $\boxed{p(X \leqslant 160) \approx 0{,}0013}$.
   Non la probabilité n'est pas supérieur à $0{,}01$.