

↑ FORMULAIRE

Continuité

fonction continue sur un intervalle

 f est continue sur l'intervalle I lorsqu'elle admet une limite en tout point de I si f est dérivable sur I , alors f est continue sur I théorème des *valeurs intermédiaires*si f est continue sur $[a ; b]$, l'équation $f(x) = k$ admet *au moins* une solution pour toute valeur de k comprise entre $f(a)$ et $f(b)$ théorème de la *bijection*si de plus f est monotone, il y a une seule solutionle résultat s'étend à un intervalle ouvert en remplaçant les images $f(a)$ et $f(b)$ par les limites de f en a et en b **Dérivées**

équation de la tangente

$$(T_a) \quad y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

variations des fonctions

si $f' > 0$ sur l'intervalle I , f est strictement croissante sur I si $f' < 0$ sur l'intervalle I , f est strictement décroissante sur I

dérivées des fonctions usuelles

f	f'	remarques	f	f'	remarques
x^n	$n x^{n-1}$		$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$x \neq 0$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$x \neq 0$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x > 0$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x > 0$	e^x	e^x	
$\sin x$	$\cos x$		$\cos x$	$-\sin x$	

opérations

$$(u+v)' = u' + v' \quad (ku)' = k u' \quad (uv)' = u'v + u v' \\ \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2} \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u v'}{v^2}$$

utilisation d'une fonction auxiliaire

f	f'	remarques	f	f'	remarques
u^n	$n u^{n-1} u'$		$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u > 0$
$\ln u$	$\frac{u'}{u}$	$u > 0$	e^u	$u' e^u$	
$\sin u$	$u' \cos u$		$\cos u$	$-u' \sin u$	

composée avec une fonction affine

$$[f(ax+b)]' = a f'(ax+b)$$

Exponentielle

définition

exp est définie et strictement croissante sur $\mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$
exp est strictement positive

propriétés algébriques

$$e^{a+b} = e^a e^b \quad e^{-b} = \frac{1}{e^b} \quad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b} \\ e^{n a} = (e^a)^n \quad e^{\frac{1}{2}a} = \sqrt{e^a}$$

limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

croissance comparée

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$$

Logarithme

définition

pour tout $k > 0 : e^x = k \iff x = \ln k$ $\ln$ est définie et strictement croissante sur $\mathbb{R}^{+*} =]0 ; +\infty[$
 $\ln$ s'annule en $x = 1$

propriétés algébriques

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln \frac{1}{b} = -\ln b \quad \ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b \\ \ln a^n = n \ln a \quad \ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$$

limites

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$$

croissance comparée

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$$

logarithme décimal

$$\log x = \ln x / \ln 10$$