↑ FORMULAIRE

**Géométrie vectorielle dans l'espace**

| | |
|---|---|
| vecteurs colinéaires | il existe $(a\,;b) \neq (0\,;0)$ tel que $a\,\vec{u} + b\,\vec{v} = \vec{0}$ |
| vecteurs coplanaires | il existe $(a\,;b\,;c) \neq (0\,;0\,;0)$ tel que $a\,\vec{u} + b\,\vec{v} + c\,\vec{w} = \vec{0}$ |
| repère de l'espace | une origine $O$ et trois vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ non coplanaires |
| repère orthonormé | $\left\Vert\vec{i}\right\Vert = \left\Vert\vec{j}\right\Vert = \left\Vert\vec{k}\right\Vert = 1$ et $\vec{i} \perp \vec{j}$ $\quad\vec{j} \perp \vec{k}$ $\quad\vec{k} \perp \vec{i}$ |
| coordonnées d'un vecteur | $\vec{V}(x\,;y\,;z)$ est équivalent à $\vec{V} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ |
| coordonnées d'un point | $M(x\,;y\,;z)$ est équivalent à $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ |
| vecteur défini par deux points | les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} &= x_B - x_A \\ y_{\overrightarrow{AB}} &= y_B - y_A \\ z_{\overrightarrow{AB}} &= z_B - z_A \end{cases}$ |
| milieu de deux points | si $I$ est le milieu de $[AB]$, ses coordonnées sont $\begin{cases} x_I &= \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I &= \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I &= \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$ |

**Produit scalaire dans l'espace**

| | |
|---|---|
| définition métrique | $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left[\Vert\vec{u}\Vert^2 + \Vert\vec{v}\Vert^2 - \Vert\vec{v} - \vec{u}\Vert^2\right]$ |
| formule du cosinus | $\vec{u} \cdot \vec{v} = \Vert\vec{u}\Vert\,\Vert\vec{v}\Vert\,\cos(\vec{u}\,,\vec{v})$ |
| caractérisation de l'orthogonalité | $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} \perp \vec{v}$ |
| | *dans un repère orthonormé :* |
| expression analytique | si $\vec{u}(x\,,y\,,z)$ et $\vec{v}(x',y',z')$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y' + z\,z'$ |
| norme d'un vecteur | si $\vec{u}(x\,,y\,,z)$, alors $\vert\vert\vec{u}\vert\vert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ |
| distance entre deux points | $AB = \left\Vert\overrightarrow{AB}\right\Vert = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ |
| sphère | si $S(I\,,r)$ est la sphère de centre $I$ et de rayon $r$ :<br>$M(x\,,y\,,z) \in S(I\,,r) \iff (x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 + (z - z_I)^2 = r^2$ |

**Droites de l'espace**

| | |
|---|---|
| droites coplanaires | $d_1$ et $d_2$ sont coplanaires lorsque $d_1 \parallel d_2$ ou $d_1 \cap d_2 \neq \emptyset$ |
| droites non coplanaires | $d_1$ et $d_2$ ne sont pas coplanaires lorsque $d_1 \nparallel d_2$ et $d_1 \cap d_2 = \emptyset$ |
| représentation paramétrique | si $d(A, \vec{u})$ est la droite de vecteur directeur $\vec{u}$, passant par le point $A$ : $M(x,y,z) \in d(A, \vec{u}) \iff \begin{cases} x &= x_A + t\,x_{\vec{u}} \\ y &= y_A + t\,y_{\vec{u}} \\ z &= z_A + t\,z_{\vec{u}} \end{cases}$ $\quad t \in \mathbb{R}$ |
| parallélisme et orthogonalité | $d_1(A, \vec{u}) \parallel d_2(B, \vec{v})$ lorsque $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires<br>$d_1(A, \vec{u}) \perp d_2(B, \vec{v})$ lorsque $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux |

**Plans de l'espace**

| | |
|---|---|
| vecteur normal à un plan | vecteur $\vec{n} \neq \vec{0}$ orthogonal à tous les vecteurs du plan $P$<br>($\vec{n}$ orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de $P$ suffit) |
| équation cartésienne | Si $\vec{n}(a\,,b\,,c)$ est normal à $P$ et si $M(x\,,y\,,z)$ :<br>$M \in P \iff a\,x + b\,y + c\,z + d = 0$ |
| position relative de deux plans | si $P_1$ et $P_2$ ont pour vecteur normal respectivement $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ :<br>$P_1 \parallel P_2$ lorsque $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ sont colinéaires<br>$P_1 \perp P_2$ lorsque $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ sont orthogonaux |
| position d'une droite et d'un plan | si $\vec{u}$ est vecteur directeur de $d$ et $\vec{n}$ est vecteur normal de $P$ :<br>$d \parallel P$ lorsque $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux<br>$d \perp P$ lorsque $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires |
| plan médiateur | soit $I$ le milieu du segment $[AB]$ : le plan $P$ qui passe par $I$ et a pour vecteur normal $\overrightarrow{AB}$ est le plan médiateur de $[AB]$ |
| plan tangent à une sphère | soient $S$ une sphère de centre $I$ et $P$ un plan passant par $A \in S$<br>le plan $P$ est tangent à $S$ lorsque $\overrightarrow{IA}$ est normal à $P$ |