

↑ FORMULAIRE

Densité

densité de probabilité | fonction f continue et positive sur un intervalle I et telle que l'aire sous la courbe vaut 1 : $\int_I f(x) dx = 1$

probabilité d'un intervalle | $P([a; b]) = \int_a^b f(x) dx$ (même résultat pour $[a; b[$, $]a; b]$ et $]a; b[$)

$P([a; +\infty[) = \lim_{K \rightarrow +\infty} \int_a^K f(x) dx$ et $P(\mathbb{R}) = \lim_{K \rightarrow +\infty} \int_{-K}^K f(x) dx$

variable aléatoire | X suit la loi de densité f lorsque $P(a \leq X \leq b) = P([a; b])$

espérance | $E(X) = \int_I x \cdot f(x) dx$

Loi uniforme

densité | la densité est constante sur $[a; b]$: $f(x) = \frac{1}{b-a}$

variable suivant une loi uniforme | pour u et $v \in [a; b]$: $P(u \leq X \leq v) = \frac{v-u}{b-a}$

espérance | $E(X) = \frac{a+b}{2}$

Loi exponentielle

densité | la densité est définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

variable suivant une loi exponentielle | $P(X \leq a) = 1 - e^{-\lambda a}$ $P(X > a) = e^{-\lambda a}$

loi de durée de vie sans vieillissement | $P_{(X>t)}(X > t+s) = e^{-\lambda s}$ est indépendant de t

espérance | $E(X) = \frac{1}{\lambda}$

Loi normale centrée réduite

densité | la densité est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

variable suivant la loi $\mathcal{N}(0, 1)$ | les probabilités se calculent avec la calculatrice

paramètres | $E(X) = 0$ $V(X) = 1$ $\sigma(X) = 1$

Loi normale

variable suivant la loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ | on utilise le fait que $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi $\mathcal{N}(0, 1)$

les probabilités se calculent avec la calculatrice

paramètres | $E(X) = \mu$ $V(X) = \sigma^2$ $\sigma(X) = \sigma$

Approximation d'une loi binomiale

rappel des paramètres | on suppose que X suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$ et que Z suit la loi $\mathcal{N}(0, 1)$
 $\mu = np$, $V = npq$ et $\sigma = \sqrt{npq}$ en posant $q = 1 - p$

application de Moivre-Laplace | pour $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $nq \geq 5$:

$$P(a \leq X \leq b) \approx P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right)$$

fluctuation de la fréquence du succès | si $f = \frac{X}{n}$ est la fréquence du succès à l'issue des n essais :

intervalle de fluctuations asymptotique à 95% de la fréquence | $IF = \left[p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$

$P(f \in IF) \rightarrow 0,95$

intervalle simplifié de fluctuations asymptotique à 95% de la fréquence | $IS = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$
 $P(f \in IS) > 0,95$ pour n suffisamment grand

estimation d'un paramètre | dans le cas où on connaît f et on ignore p :

intervalle de confiance | $IC = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

au niveau 95% | $P(p \in IC) > 0,95$ pour n suffisamment grand