

Antilles Guyane 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (3 points) (commun à tous les candidats)

Soient f et g les fonctions définies sur \mathbb{R} par

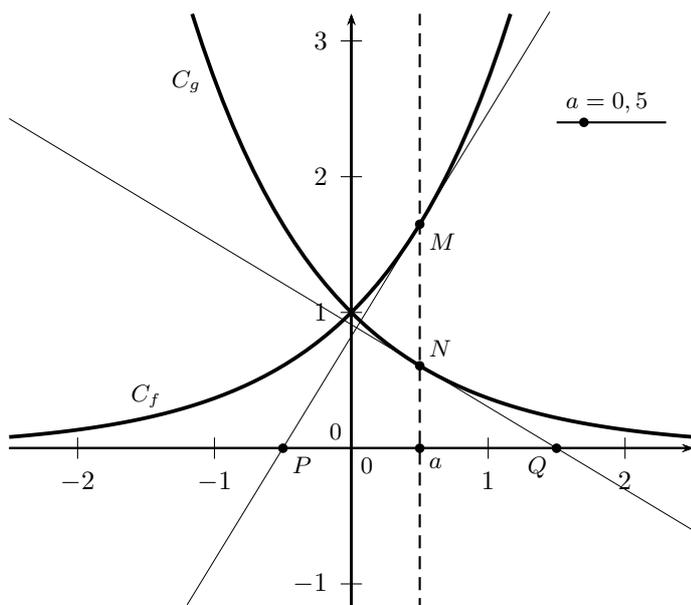
$$f(x) = e^x \text{ et } g(x) = e^{-x}.$$

On note C_f la courbe représentative de f et C_g celle de la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

Pour tout réel a , on note M le point de C_f d'abscisse a et N le point de C_g d'abscisse a .

La tangente en M à C_f coupe l'axe des abscisses en P , la tangente en N à C_g coupe l'axe des abscisses en Q .

A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a représenté la situation pour différentes valeurs de a et on a relevé dans un tableur la longueur du segment $[PQ]$ pour chacune de ces valeurs de a .



	A	B
1	Abscisse a	Longueur PQ
2	-3	2
3	-2.5	2
4	-2	2
5	-1.5	2
6	-1	2
7	-0.5	2
8	0	2
9	0.5	2
10	1	2
11	1.5	2
12	2	2
13	2.5	2
14		

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées de manière indépendante.

- 1) Démontrer que la tangente en M à C_f est perpendiculaire à la tangente en N à C_g .
- 2) a) Que peut-on conjecturer pour la longueur PQ ?
 b) Démontrer cette conjecture.