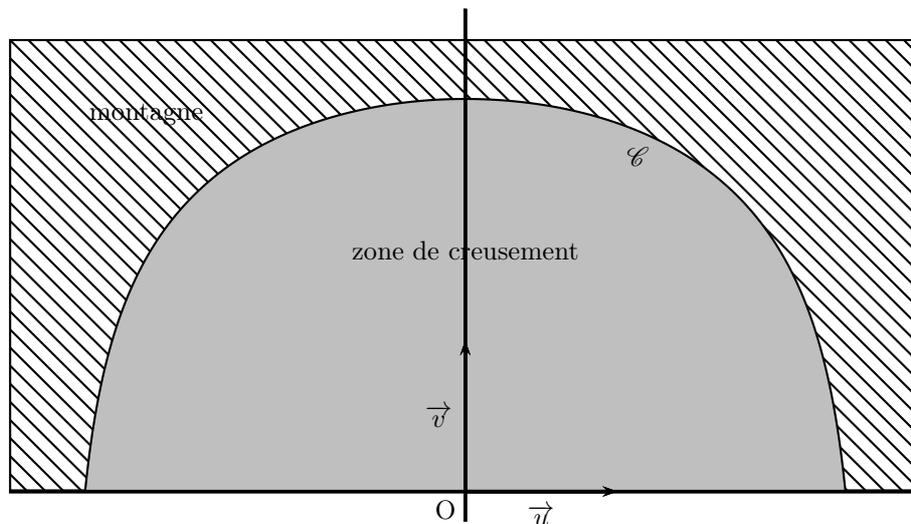


Pondichéry 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (4 points) (commun à tous les candidats)

Une entreprise spécialisée dans les travaux de construction a été mandatée pour percer un tunnel à flanc de montagne. Après étude géologique, l'entreprise représente dans le plan la situation de la façon suivante : dans un repère orthonormal, d'unité 2 m, la zone de creusement est la surface délimitée par l'axe des abscisses et la courbe \mathcal{C} .



On admet que \mathcal{C} est la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[-2, 5 ; 2, 5]$ par :

$$f(x) = \ln(-2x^2 + 13, 5).$$

L'objectif est de déterminer une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement.

Partie A : Étude de la fonction f

- 1) Calculer $f'(x)$ pour $x \in [-2, 5 ; 2, 5]$.
- 2) Dresser, en justifiant, le tableau de variation de la fonction f sur $[-2, 5 ; 2, 5]$.
En déduire le signe de f sur $[-2, 5 ; 2, 5]$.

Partie B : Aire de la zone de creusement

On admet que la courbe \mathcal{C} est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées du repère.

- 1) La courbe \mathcal{C} est-elle un arc de cercle de centre O ? Justifier la réponse.
- 2) Justifier que l'aire, en mètre carré, de la zone de creusement est $\mathcal{A} = 8 \int_0^{2,5} f(x) dx$.
- 3) L'algorithme, donné en annexe, permet de calculer une valeur approchée par défaut de $I = \int_0^{2,5} f(x) dx$, notée a .

On admet que : $a \leq I \leq a + \frac{f(0) - f(2,5)}{n} \times 2,5$.

- a) Le tableau fourni en annexe, donne différentes valeurs obtenues pour R et S lors de l'exécution de l'algorithme pour $n = 50$.
Compléter ce tableau en calculant les six valeurs manquantes.
- b) En déduire une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement.

EXERCICE 3

Variables	R et S sont des réels n et k sont des entiers		
Traitement	S prend la valeur 0 Demander la valeur de n Pour k variant de 1 à n faire <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>R prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$</td> </tr> <tr> <td>$S$ prend la valeur $S + R$</td> </tr> </table> Fin Pour Afficher S	R prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$	S prend la valeur $S + R$
R prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$			
S prend la valeur $S + R$			

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de R et de S , arrondies à 10^{-6} , obtenues lors de l'exécution de l'algorithme pour $n = 50$.

Initialisation	$S = 0, n = 50$			
Boucle Pour	Étape k	R	S	
	1	
	2	0,130 060	0,260 176	
	3	0,129 968	0,390 144	
	4	0,129 837	...	
	⋮		⋮	
	24	0,118 137	3,025 705	
	25	0,116 970	3,142 675	
	⋮		⋮	
	49	0,020 106	5,197 538	
	50	
	Affichage	$S = \dots$		