**MATHÉMATIQUES**

Corrigé de l'épreuve du vendredi 21 juin 2019

France métropolitaine

Série S

Enseignement obligatoire

# Exercice 4

## Partie A

**1.et 2.** Voir figure jointe en annexe.

## Partie B

**1.a.**

Pour que $\vec{n}$ soit normal au plan $(FHK)$, il suffit qu'il soit orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $(FHK)$. Or les vecteurs $\overrightarrow{FH}$ et $\overrightarrow{FK}$ sont deux vecteurs directeurs du plan $(FHK)$.

$$\overrightarrow{FH}\begin{vmatrix}-1\\1\\0\end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{FK}\begin{vmatrix}-1\\0{,}25\\-1\end{vmatrix}.$$

- $\vec{n}\cdot\overrightarrow{FH} = 4\times(-1)+4\times 1+(-3)\times 0 = 0$
- $\vec{n}\cdot\overrightarrow{FK} = 4\times(-1)+4\times 0{,}25+(-3)\times(-1) = 0$

On en conclut que **le vecteur $\vec{n}(4;4;-3)$ est normal au plan $(FHK)$.**

**1.b.** $\vec{n}(4;4;-3)$ est un vecteur normal au plan $(FHK)$.

Par conséquent, une équation cartésienne de $(FHK)$ est $4x+4y-3z+d=0$ où $d$ est un réel à déterminer. Puisque le point $F$ appartient au plan $(FHK)$, il vient :

$$4x_F+4y_F-3z_F+d=0 \Leftrightarrow 4+0-3+d=0 \Leftrightarrow d=-1.$$

**Une équation cartésienne de $(FHK)$ est donc $4x+4y-3z-1=0$.**

**1.c.** $P//(FHK)$ donc une équation de $P$ est $4x+4y-3z+d=0$ où $d$ est un réel à déterminer. Puisque le point $I$ appartient au plan

$$4x_I+4y_I-3z_I+d=0 \Leftrightarrow 2+0-3+d=0 \Leftrightarrow d=1.$$

**Une équation cartésienne de $P$ est donc $4x+4y-3z+1=0$.**

**1.d.** Une représentation paramétrique de (AE) est

$$\begin{cases}x=0\\y=0,\quad t\in\mathbb{R}.\\z=t\end{cases}$$

**En combinant cette représentation paramétrique avec l'équation cartésienne de $P$ dans un système d'équations, on obtient $M'(0;0;\frac{1}{3})$.**

**2.a.** vecteur directeur de $\Delta$ : $\vec{n}(4; 4; -3)$ (puisque $\Delta$ est orthogonale au plan $P$ )
Une représentation paramétrique de $\Delta$ est

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 4t} \\ \boldsymbol{y = 4t} \\ \boldsymbol{z = 1 - 3t} \end{cases}, \quad \boldsymbol{t} \in \mathbb{R}.$$

**2.b.** Le plan $(ABC)$ a pour équation cartésienne $z = 0$. En combinant cette équation avec la représentation de $\Delta$ dans un système d'équations, on obtient $\boldsymbol{L(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; 0)}$**.**

**2.c.** Voir la figure jointe en annexe.

**2.d.**

• $\Delta$ coupe $(BFL)$ en $L$ ($L$ n'est pas sur $(BF)$) et $E$ n'appartient pas au plan $(BFL)$.Par conséquent les droites $(BF)$ et (EL) ne sont pas coplanaires et ne peuvent donc pas être sécantes. Reste à remarquer que $(EL) = \Delta$.

$(BF)$ et $\Delta$ ne sont donc pas sécantes.

• Une représentation paramétrique de $\Delta$ est :

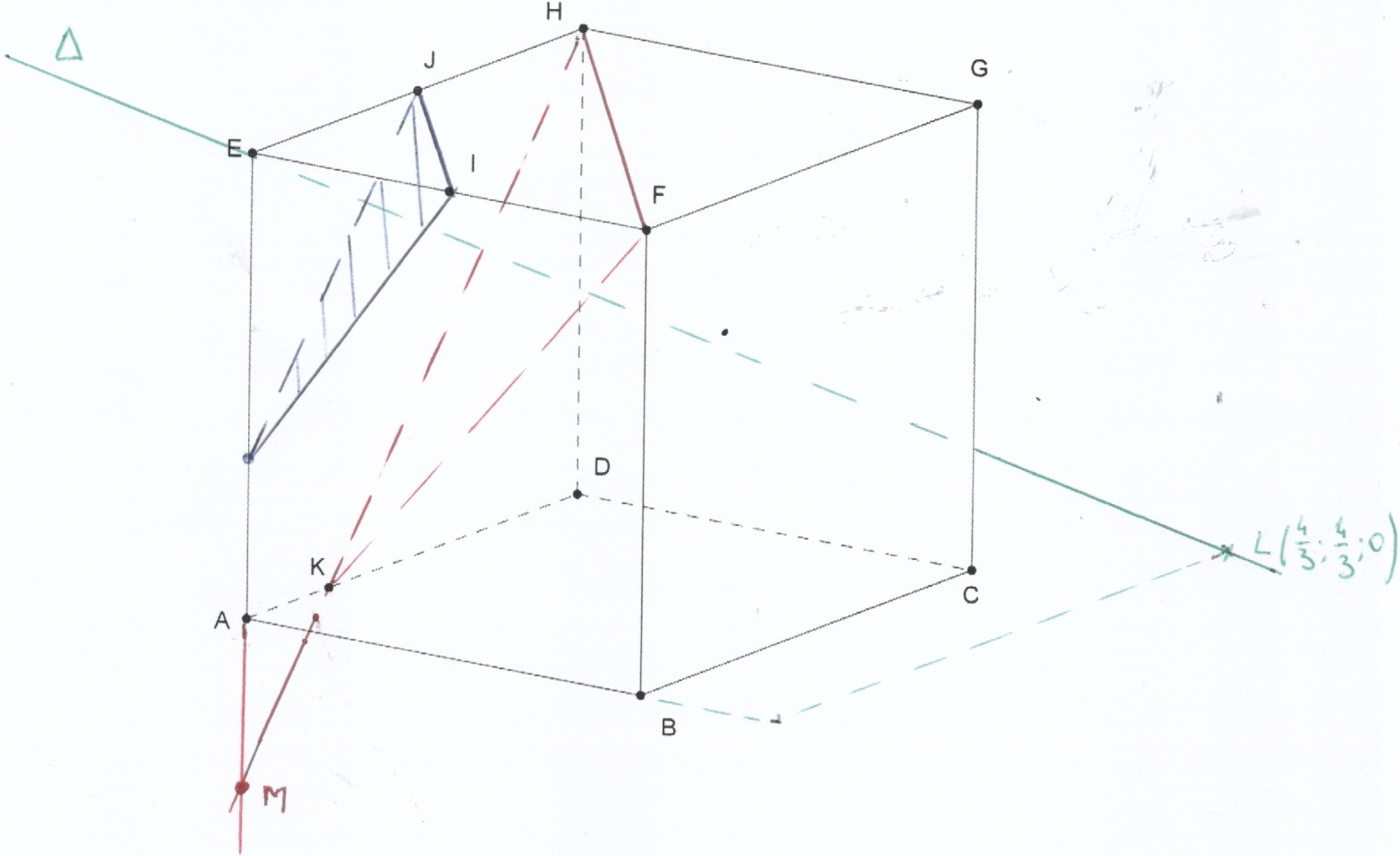
$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 4t} \\ \boldsymbol{y = 4t} \\ \boldsymbol{z = 1 - 3t} \end{cases}, \quad \boldsymbol{t} \in \mathbb{R}.$$

Une représentation paramétrique de $(CG)$ est :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 1} \\ \boldsymbol{y = 1} \\ \boldsymbol{z = 1k} \end{cases}, \quad \boldsymbol{k} \in \mathbb{R}.$$

En résolvant le système d'équations formé par les représentations paramétriques des deux droites, on trouve $\boldsymbol{t = 0,25}$**,** $\boldsymbol{k = 0,25}$ **et** $\boldsymbol{x = 1, y = 1, z = 0,25}$ .

Les deux droites sont sécantes en le point de coordonnées $(\boldsymbol{1; 1; 0,25})$**.**



Δ
H
J
G
E
I
F
D
K
A
C
B
M
L(4/3 ; 4/3 ; 0)